



# Réponse mécanique d'une mousse liquide à une injection d'air ou à une onde acoustique.

Imen Ben Salem

## ► To cite this version:

Imen Ben Salem. Réponse mécanique d'une mousse liquide à une injection d'air ou à une onde acoustique.. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Rennes 1, 2012. Français. NNT : 0fg9gi006t9 . tel-00765661

**HAL Id: tel-00765661**

**<https://theses.hal.science/tel-00765661>**

Submitted on 15 Dec 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1**  
*sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne*

pour le grade de  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1**  
*Mention : Physique*

**Ecole doctorale Science de la Matière**

présentée par

**Imen BEN SALEM**

préparée à l'unité de recherche IPR UMR CNRS 6251  
Institut de Physique de Rennes  
UFR Sciences et Propriétés de la Matière

---

**Réponse mécanique  
d'une mousse liquide  
à une injection d'air  
ou à une onde  
acoustique**

**Thèse soutenue  
le 19 Septembre 2012**

devant le jury composé de :

**Philippe Marmottant**

Chargé de Recherche CNRS - Grenoble/ *rapporteur*

**Anke Lindner**

Maître de conférences – ESPCI/ *rapporteur*

**Reinhard Höhler**

Professeur à l'Université Paris 6/ *examineur*

**Jérôme Crassous**

Professeur à l'Université Rennes 1/ *examineur*

**Benjamin Dollet**

Chargé de Recherche CNRS/ *directeur de thèse*

**Isabelle Cantat**

Professeur à l'Université Rennes 1/ *co-directeur*



A mes parents,  
à mes sœurs,  
à mon frère,  
et à tous ceux qui me sont chers.

”La connaissance s’acquiert par l’expérience, tout le reste n’est que de l’information”

*Albert Einstein*



# Remerciements

*Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire Institut de Physique de Rennes, équipe Matière molle.*

*Tout d'abord je tiens à remercier vivement mes deux directeurs de thèse Benjamin Dollet et Isabelle Cantat pour leur soutien qu'ils n'ont cessé de m'apporter, leur disponibilité et leur précieux conseils m'ont permis de mener à bien ce travail.*

*Je remercie les membres du jury, en premier lieu Philippe Marmottant et Anke Lindner qui ont accepté d'être rapporteurs de ma thèse, ainsi Reinhard Höhler et Jérôme Crassous.*

*Je remercie tous ceux avec qui j'ai pu travailler dans le cadre de ces travaux et en particulier : Arnaud Sain-Jalmes et Valentin Leroy, Elhadji Mama Guene, Reine-marie Guillermic.*

*Merci aux ingénieurs et techniciens de l'équipe pour l'aide apportée tout au long de ces trois années à mes problèmes de manips. Je tiens à remercier en particulier Patrick Chasle pour son aide sur toute la partie électronique et interfaçage. Merci aussi à Alain Faisant pour toute son aide sur la partie mécanique .*

*Je remercie également Valérie Ferri et Nathalie Chouteau pour leur gentillesse et leur dynamisme.*

*Je remercie mes collègues de Thésardland, Merline, Duc, David, Mickael, Lucie, avec qui j'ai partagé le bureau. Merci également à Sian avec qui j'ai partagé avec elle la salle des manips.*

*Merci aux autres membres de l'équipe Matière molle/Milieux divisés, et aux autres thésards rencontrés. En particulier à Antoine (avec qui j'ai également fait des manip réussies lorsqu'il était en stage).*

*Un grand merci à ma famille et à tous mes amis.*



# Table des matières

<b>Chapitre 1</b>	<b>Généralités sur les mousses liquides</b>	<b>11</b>
1.1	Caractéristiques des mousses . . . . .	11
1.1.1	Description d'une mousse . . . . .	11
1.1.2	Lois d'équilibre d'une mousse . . . . .	12
1.1.3	Évolution de la mousse après sa formation . . . . .	12
1.1.4	Importance industrielle . . . . .	14
1.1.5	Mousses 3D et 2D . . . . .	14
1.2	Rhéologie d'une mousse . . . . .	15
1.2.1	Comportement macroscopique . . . . .	15
1.2.2	Comportement local des mousses . . . . .	16
1.2.3	Absorption d'énergie par les mousses liquides . . . . .	18
1.3	Acoustique des mousses . . . . .	19
1.3.1	Généralités sur la propagation d'une onde acoustique dans un milieu . . . . .	19
1.3.2	Études acoustiques . . . . .	19
1.4	Écoulement de mousses confinées . . . . .	23
1.4.1	Friction entre une bulle et un mur . . . . .	23
1.4.2	Instabilité de digitation . . . . .	25
1.4.3	Mécanique de la rupture . . . . .	26

# **I Réponse d'une mousse à une injection d'air localisée 29**

## **Chapitre 2 Matériels et méthodes 31**

2.1	Dispositif expérimental . . . . .	31
2.1.1	Cellule de Hele-Shaw . . . . .	32
2.1.2	Solution savonneuse . . . . .	32
2.1.3	Visualisation et éclairage . . . . .	35
2.1.4	Capteur de pression . . . . .	35
2.1.5	Configurations expérimentales . . . . .	36
2.1.6	Mesure de la perte de charge dans les tuyaux . . . . .	38
2.1.7	Paramètres de contrôle expérimentaux . . . . .	38
2.2	Déroulement d'une expérience . . . . .	38
2.3	Analyse d'images et mesures globales . . . . .	39
2.3.1	Traitement des images brutes . . . . .	39
2.3.2	Calcul des informations statiques . . . . .	40
2.3.3	Calcul des informations cinématiques . . . . .	41

## **Chapitre 3 Réponse d'une mousse à une injection d'air : étude expérimentale 45**

3.1	Observations générales . . . . .	45
3.1.1	Comportement élastoplastique . . . . .	45
3.1.2	Comportement viscoélastoplastique . . . . .	46
3.1.3	Comportement fragile . . . . .	46
3.2	Réponse élastique . . . . .	48
3.2.1	Forme de la bulle centrale . . . . .	48
3.2.2	Contraintes élastiques . . . . .	48
3.2.3	Champ de déplacement . . . . .	50
3.2.4	Mousse non monodisperse . . . . .	53
3.3	Réponse visqueuse pour des interfaces mobiles . . . . .	53
3.3.1	Valeur de la pression dans la phase de gonflage . . . . .	53

3.3.2	Transition entre le gonflage et la rupture . . . . .	55
3.3.3	Ouverture digitée de la bulle centrale . . . . .	56
3.4	Réponse visqueuse pour des interfaces rigides . . . . .	57
3.4.1	Comparaison entre interfaces fluides et rigides . . . . .	57
3.4.2	Valeur de la pression dans la phase gonflage . . . . .	58
3.5	Critères de vitesse critique sur les fractures ductile et fragile . . .	59
3.5.1	Vitesse maximale de déplacement de fracture ductile . . .	59
3.5.2	Vitesse minimale de propagation de fracture fragile . . . .	59
3.6	Étude descriptive de la fracture branchée . . . . .	60
3.6.1	Evolution de la longueur . . . . .	61
3.6.2	Éstimation de la vitesse des fractures fragiles branchées . .	61
3.6.3	Statistique d'embranchement . . . . .	61

## Chapitre 4 Réponse d'une mousse soumise à une injection d'air

	<b>localisée : modélisation et comparaison avec les expériences</b>	<b>63</b>
4.1	Bilan des forces qui agissent sur la mousse . . . . .	63
4.1.1	Force de friction externe . . . . .	64
4.1.2	Contraintes internes dans la mousse . . . . .	64
4.1.3	Inertie . . . . .	66
4.2	Le champ de pression dans la mousse . . . . .	66
4.2.1	Équations générales . . . . .	66
4.2.2	Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .	68
4.3	Critère de rupture . . . . .	70
4.4	Digitation . . . . .	73
4.4.1	Équations de champ . . . . .	73
4.4.2	Conditions aux limites . . . . .	75
4.4.3	Solution analytique . . . . .	77

<b>II</b>	<b>Acoustique des mousses liquides</b>	<b>83</b>
<b>Chapitre 5</b>	<b>Matériels et méthodes</b>	<b>85</b>
5.1	Dispositif expérimental . . . . .	85
5.2	Étalonnage des transducteurs . . . . .	86
5.3	Type de mousse . . . . .	86
5.4	Paramètres de la mousse . . . . .	87
5.4.1	Fraction liquide . . . . .	87
5.4.2	Taille des bulles . . . . .	88
5.4.3	Limites de reproductibilité . . . . .	90
5.5	Méthodes de mesure acoustique . . . . .	90
5.5.1	Méthode impulsionnelle . . . . .	90
5.5.2	Méthode du signal continu . . . . .	94
5.5.3	Limite des méthodes . . . . .	94
5.5.4	Analyseur de spectre . . . . .	96
<b>Chapitre 6</b>	<b>Résultats expérimentaux</b>	<b>97</b>
6.1	Méthode impulsionnelle . . . . .	97
6.1.1	Influence du type de mousse et de la fraction liquide . . . . .	97
6.1.2	Influence du type de gaz . . . . .	100
6.2	Méthode du signal continu . . . . .	100
6.2.1	Fréquence fixe et distance variable . . . . .	100
6.2.2	Distance fixe et fréquence variable . . . . .	103
6.3	Analyseur de spectre . . . . .	104
6.4	Discussion . . . . .	104
6.4.1	Temps de transition et fréquence de Minnaert . . . . .	104
6.4.2	Comparaison des mesures avec d'autres modèles existants . . . . .	105
<b>Chapitre 7</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>111</b>
7.1	Bilan des expériences d'injection d'air . . . . .	111

<i>Table des matières</i>	9
7.2 Bilan des expériences d'acoustique . . . . .	112
7.3 Perspectives . . . . .	113
<b>bibliographie</b>	<b>122</b>





# Chapitre 1

## Généralités sur les mousses liquides

Ce chapitre est destiné principalement à rappeler le comportement général des mousses liquides. Nous décrivons en section 1.1 les mécanismes du vieillissement, les lois d'équilibre des mousses liquides et leur évolution au cours du temps, l'importance industrielle des mousses et les différentes géométries de mousse. Nous parlons ensuite en section 1.2 de la rhéologie des mousses liquides. Enfin, nous situons notre étude par rapport aux études antérieures qui ont été faites sur l'acoustique des mousses en section 1.3 et sur leur écoulement dans un milieu confiné en section 1.4.

### 1.1 Caractéristiques des mousses

#### 1.1.1 Description d'une mousse

Une mousse est une dispersion de bulles de gaz dans un liquide qui contient une certaine quantité de tensioactifs. Ces molécules, encore appelées surfactants, sont des molécules amphiphiles qui sont constituées de deux parties au comportement opposé vis-à-vis de l'eau : une partie polaire hydrophile (ayant une affinité pour l'eau) et une autre apolaire hydrophobe (n'ayant pas d'affinité pour l'eau). Ces molécules se disposent préférentiellement aux interfaces liquide/gaz, abaissent la

tension de surface du liquide par rapport à celle de l'eau pure, et stabilisent les films liquides.

### 1.1.2 Lois d'équilibre d'une mousse

Une mousse à l'équilibre obéit à certaines règles qui traduisent la tendance des films qui constituent la mousse à minimiser leur surface du fait de la tension superficielle. Ainsi, une bulle isolée prend une forme sphérique, qui est la forme qui minimise une aire à volume constant. Dans une mousse très humide, les bulles sont quasi-isolées les unes des autres, et prennent donc une forme sphérique. Par contre, plus la mousse devient sèche et plus les bulles sont coincées par leurs voisines. La forme des bulles résultant de la minimisation de l'aire devient alors de plus en plus polyédrique. La structure est déterminée par les lois de Plateau [1] :

- La courbure de chaque surface est constante.
- La jonction entre trois éléments de surface forme une courbe. En chaque point de cette arête liquide appelée bord de Plateau, les plans tangents aux trois éléments de surface se rencontrent avec des angles de  $120^\circ$ .
- Les arêtes liquides ne peuvent se rejoindre que quatre par quatre. Le nœud ainsi formé prend une forme de tétraèdre et l'angle entre deux arêtes vaut  $109,5^\circ$ . Pour une mousse suffisamment sèche, presque tout le liquide est contenu dans le réseau de bords de Plateau, qui relie les films entre eux ainsi que dans les nœuds formés par l'intersection des bords de Plateau.

### 1.1.3 Évolution de la mousse après sa formation

Malgré la stabilité des films conférés par les surfactants, il existe des mécanismes de vieillissement qui font que la mousse a une durée de vie limitée [2]. Ces mécanismes sont :

- le drainage : sous l'action de la gravité terrestre, le liquide contenu dans la

mousse s'écoule vers le bas à travers les films alors que les bulles de gaz se déplacent vers le haut [3], ce qui tend à assécher et à fragiliser la mousse par le haut (figure 1.1),

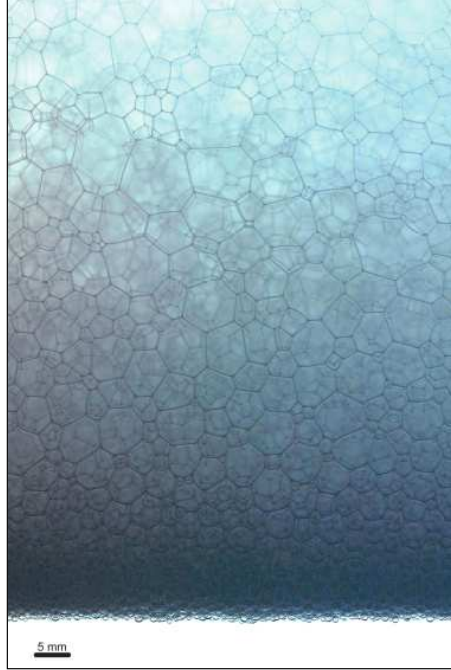


FIGURE 1.1 – Écoulement du liquide à travers la mousse : mousse plus humide en bas, plus sèche en haut, sous l'effet du drainage. Image tirée de [2].

- le mûrissement : les films liquides n'enferment pas parfaitement le gaz dans les bulles, le gaz diffuse d'une bulle à une autre en traversant la phase liquide (figure 1.2). Laplace et Young ont montré que le saut de pression à travers une interface courbe délimitant deux phases fluides s'écrit :

$$P_i - P_e = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (1.1)$$

où  $P_i$  et  $P_e$  sont les pressions de part et d'autre de l'interface,  $\gamma$  est la tension de surface, et  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons de courbure algébriques principaux de l'interface. Dans le cas d'une interface sphérique, on a simplement :  $R_1 = R_2$ . Pour une bulle de rayon  $L$  dans un liquide, la surpression à

l'intérieur vaut  $\Delta P = 2\gamma/L$ . Lorsque deux bulles de volumes différents sont voisines, la pression de gaz est plus importante dans la plus petite des deux. Ceci induit une diffusion du gaz à travers le film liquide de la petite vers la grande. Cette diffusion du gaz de bulle en bulle va induire le mûrissement de la mousse qui se traduit par un accroissement de la taille moyenne des bulles et une diminution du nombre total de bulles,

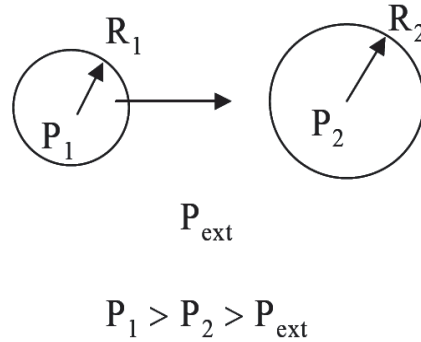


FIGURE 1.2 – Représentation schématique du mûrissement d'Ostwald : le gaz contenu dans la petite bulle diffuse vers la plus grosse, où la pression est moins élevée.

- rupture, coalescence : si les mécanismes de stabilisation sont absents ou très faibles, les films entre bulles peuvent se rompre, ce qui tend à diminuer le nombre total de bulles.

#### 1.1.4 Importance industrielle

Les mousses sont des fluides complexes : du fait qu'elles sont constituées de bulles déformables en contact, elles présentent à la fois des caractéristiques élastique, plastique et visqueuse (voir section 1.2). On trouve des mousses dans de nombreux produits et dans diverses circonstances [4, 5]. Dans notre vie courante on les trouve dans l'agroalimentaire, l'hygiène et la santé, les produits nettoyants, les matériaux isolants lorsqu'il s'agit de mousses solides (thermique, électrique ou acoustique). On les utilise dans des applications très spécialisées qui exigent des

propriétés spécifiques comme la teinture des textiles, les boues de forage. Dans d'autres cas, les mousses sont aussi utiles au niveau industriel comme pour l'absorption d'onde de souffle dans le domaine militaire, l'extraction minière (procédé de flottation), la récupération du pétrole et la décontamination nucléaire. Il est donc important du point de vue pratique de savoir quand elles sont susceptibles d'exister et pourquoi, comment les former ou ne pas les former, et comment les stabiliser ou les casser.

### 1.1.5 Mousses 3D et 2D

Une mousse 3D est un milieu diffusant dans lequel il est difficile d'observer les bulles. De plus, on a seulement accès aux bulles situées dans le plan focal de l'objectif de la caméra. Des techniques de reconstruction 3D d'images existent comme la diffusion multiple de la lumière qui permet de sonder la mousse et de déterminer une information dynamique interne de la mousse (à l'échelle de la bulle) [6], mais cette information reste toujours indirecte et il n'y pas une visualisation de la structure telle quelle est. Il existe aussi la tomographie optique [7] ou celle aux rayons  $X$  [8, 9, 10]. Cette dernière technique permet une visualisation précise de l'ensemble d'une mousse 3D après reconstruction d'image, mais elle fonctionne sur des échelles de temps encore trop longues pour pouvoir suivre des bulles en écoulement [8]. Dans le but d'imager l'ensemble de l'écoulement, il est plus simple de réaliser des mousses quasi-2D, que nous avons particulièrement étudiées.

On parle de mousse 2D ou quasi-2D lorsque la mousse n'est constituée que d'une couche de bulles (figure 1.3) [11]. Chaque bulle est alors en contact avec une surface inférieure et une surface supérieure. On peut trouver trois types de dispositifs permettant d'étudier les mousses 2D. Le premier dispositif est le radeau de bulles (figure 1.3c), où une monocouche de bulles flotte à la surface de l'eau [12]. Ce dispositif a été utilisé notamment par le groupe de Michael Dennin pour l'étude du cisaillement de mousses 2D [13, 14]. Le deuxième système consiste à

confiner la mousse entre la surface de l'eau et une plaque de verre (figure 1.3b). Ce système a, par exemple, été utilisé par l'équipe de François Graner à Grenoble pour étudier l'écoulement d'une mousse autour d'un obstacle [15, 16]. Le troisième type de dispositif est une cellule de Hele-Shaw où la mousse est prise en sandwich entre deux plaques transparentes (figure 1.3a). La mousse reste bidimensionnelle si la distance " $e$ " entre les deux plaques est plus petite que la taille des bulles [17]. C'est ce système que nous avons utilisé pour réaliser les mousses 2D dans la première partie de ce travail de thèse.

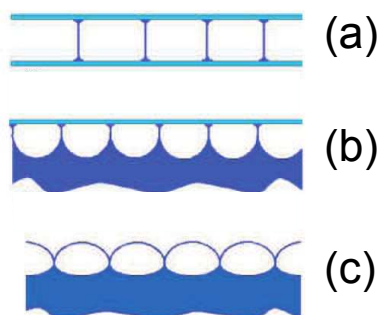


FIGURE 1.3 – Dispositifs à monocouche de bulles : (a) verre-verre (cellule de Hele-Shaw), (b) eau-verre (radeau de bulles confinées), (c) eau-air (radeau de bulles). Image tirée de [2].

## 1.2 Rhéologie d'une mousse

### 1.2.1 Comportement macroscopique

La rhéologie est la science qui s'intéresse aux déformations et à l'écoulement de la matière et qui cherche les liens entre les contraintes imposées et les déformations résultantes [18]. La mousse peut être, en fonction de la sollicitation, élastique, plastique ou visqueuse. Une mousse à raser, par exemple, tient dans la main sans s'écouler sous son propre poids comme un solide et demeure élastique pour des faibles perturbations. Si on applique le doigt dedans, la mousse en garde la forme,

ce qui correspond à un comportement plastique. Enfin, il est possible de l'étaler : elle a donc un comportement de fluide visqueux. Les mousses sont alors des fluides visco-élasto-plastiques dont les propriétés d'écoulement sont caractérisées par une contrainte seuil, et une viscosité qui diminue avec le taux de cisaillement [19, 20, 21, 22]. Cette phénoménologie est généralement bien décrite par le modèle de Herschel-Bulkley [23], où la contrainte de cisaillement  $\sigma$  a deux composantes :

$$\sigma = \sigma_y + k\dot{\gamma}^n. \quad (1.2)$$

Pour des contraintes au-delà du contrainte seuil  $\sigma_y$ , les bulles se réarrangent de manière irréversible et la mousse commence à s'écouler. Le second terme est la contrainte visqueuse, qui contient une dépendance non linéaire sur le taux de cisaillement. Le paramètre  $k$  est appelé la consistance. L'exposant  $n$  est l'indice d'écoulement de Herschel-Bulkley, qui est généralement compris entre 0,2 et 1 et semble dépendre de la solution moussante [24]. Ce comportement est aussi prédit par les simulations numériques 2D réalisées à l'aide du modèle de bulles [25]. Le cas  $n = 1$  correspond à une loi dite de Bingham.

### 1.2.2 Comportement local des mousses

Un matériau est dit élastique si après avoir été soumis à une contrainte ayant entraîné une déformation de l'objet, il revient dans l'état initial dès que l'on supprime la contrainte. L'origine de cette force élastique réside dans la structure du matériau. On peut opposer à l'élasticité des solides la capacité de couler des liquides. En effet, dès qu'ils sont soumis à une contrainte tangentielle, les liquides se déforment (coulent) et ne retrouvent jamais leurs formes initiales. Les mousses combinent des propriétés des solides et des liquide, ce qui les classent parmi les fluides complexes. Leurs principales caractéristiques sont :

- élastique : à faible déformation, on observe une déformation des bulles et une augmentation de la quantité d'interface : cela induit une réponse élastique

de la mousse. La réponse reste élastique jusqu'à une déformation seuil où la limite élastique est atteinte (figure 1.2.2).

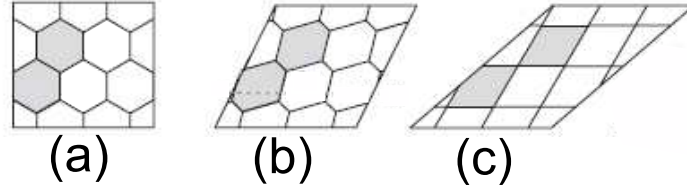


FIGURE 1.4 – Mousse 2D de structure hexagonale cisailée. (a) Mousse au repos avant le cisaillement ; (b) déformation dans le régime élastique ; (c) déformation atteinte au seuil d'écoulement.

- plastique : aux déformations plus grandes, la réponse n'est plus élastique et la mousse trouve un nouvel état métastable. Les bulles se déforment et glissent les unes sur les autres, avec une succession de changements topologiques entre les bulles, appelés T1. Il s'agit pour une bulle donnée, de la perte de contact avec une voisine et de la création d'un nouveau contact entre deux autres. Pour une mousse 2D, la figure 1.5 schématise un T1, tel que le film entre 1 et 3 disparaît à cause de la déformation appliquée, conduisant à un arrangement des bulles qui n'est pas stable, et qui va relaxer en créant le film entre 2 et 4.

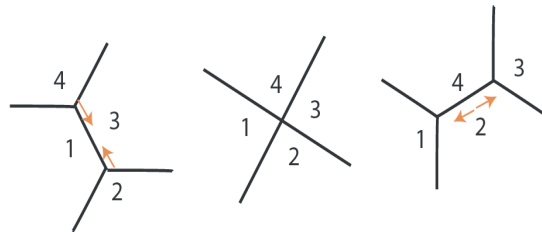


FIGURE 1.5 – Réarrangement T1 à l'échelle de 4 bulles en 2D.

- visqueuse : dans un écoulement plus rapide, les transformations s'enchaînent sans passer par des situations d'équilibre et les bulles subissent des déformations beaucoup plus grandes : la compétition entre les déformations imposées qui tendent à allonger les bulles et les T1 qui tendent à relaxer



ces déformations n'est plus en faveur de ces derniers. Le seuil d'écoulement augmente alors avec la vitesse de déformation imposée, et on aura des effets de dissipation visqueuse qui ont plusieurs origines physiques : soit dans les écoulement volumiques, soit dans les écoulements surfaciques à l'interface entre le liquide et l'air. On s'attend notamment à ce que la nature du surfactant joue un rôle déterminant, selon que les interfaces soient fluides, rigides ou entre les deux [26] (voir section 1.4). Comme le cisaillement prend place dans des films de faible épaisseur, cela entraîne des viscosités effectives beaucoup plus importantes que celle de la phase continue.

Pour des mousses confinées 2D, un ingrédient supplémentaire devient essentiel à haute vitesse d'écoulement : la friction entre la mousse et les parois confinantes. Cet aspect fait l'objet de la section 1.4.

### 1.2.3 Absorption d'énergie par les mousses liquides

Les mousses sont connues pour bien absorber l'énergie, mais les mécanismes d'absorption sont encore mal compris. Dans le cadre de ce problème, on s'est intéressée à des problèmes plus simples dans cette thèse. Il s'agit d'abord de comprendre la propagation du son, ou des ondes de pression, dans les mousses liquides. Vu que ce phénomène physique est très vaste, j'ai commencé ma thèse selon deux axes d'études : la propagation linéaire d'une part, c'est-à-dire avec une amplitude sonore assez faible pour sonder la mousse sans la modifier ; et l'absorption d'une onde de choc d'autre part, pour au contraire comprendre comment les changements irréversibles du milieu (variation de structure, voire destruction partielle de la mousse) absorbent l'énergie associée à une forte surpression. Cette deuxième partie s'est avérée très riche d'un point de vue de la rhéologie et de la fracture, aussi je la présenterai dans ces contextes plutôt que dans celui de l'absorption des chocs. Nous allons situer en section 1.3 notre étude par rapport aux travaux existant sur l'acoustique des mousses et en section 1.4 les travaux antérieurs qui ont été faits sur les écoulements de mousse dans un milieu confiné.

## 1.3 Acoustique des mousses

### 1.3.1 Généralités sur la propagation d'une onde acoustique dans un milieu

Une onde sonore ou acoustique est une onde de pression qui se propage à travers un matériau en une vibration séquentielle des atomes ou des molécules. La vitesse à laquelle l'onde se propage est déterminée par la densité du matériau et par ses propriétés élastiques dans le cas d'un matériau solide, ou par sa compressibilité pour un fluide.

Lorsque l'onde se propage à travers le matériau, elle perd de l'énergie en raison de divers mécanismes d'atténuation : la réflexion, la diffusion et l'absorption. L'onde sonore est partiellement réfléchiée lorsqu'elle rencontre l'interface séparant deux milieux (par exemple : de l'air et du liquide) d'impédances acoustiques  $Z = \rho c$  ( $Z$  est le produit de la masse volumique du matériau  $\rho$  par la vitesse du son  $c$  dans ce même matériau) différentes, une partie de l'onde est transmise dans l'autre milieu tandis qu'une autre partie se réfléchit sur l'interface. La notion d'impédance acoustique permet d'estimer les quantités d'énergie acoustique transmises et réfléchies. Lorsque l'onde sonore rencontre une inclusion dans le milieu (par exemple une bulle), elle est diffusée dans toutes les directions et, en fonction du nombre de diffuseurs, l'onde peut être multiples fois diffusée [27]. L'absorption de l'onde sonore se fait par plusieurs mécanismes dissipatifs, comme les pertes visqueuses et thermiques.

### 1.3.2 Études acoustiques

De nombreuses études traitent l'oscillation d'une bulle unique avec une onde acoustique. Un article fondateur est celui de Minnaert [28], qui a considéré le cas de bulles d'air oscillant sphériquement dans un fluide homogène incompressible, non visqueux, d'étendue infinie et initialement au repos (figure 1.6). Le rayon

de la bulle est noté  $R(t)$ , avec  $R_0$  le rayon à l'équilibre ;  $P_0$  est la pression statique dans le liquide très loin de la bulle et  $\rho_w$  est la masse volumique du liquide. Le comportement du gaz à l'intérieur de la bulle étant supposé adiabatique, des considérations énergétiques (en négligeant les effets de tension superficielle et de l'atténuation visqueuse) conduisent à exprimer la fréquence propre des oscillations en fonction du rayon à l'équilibre selon l'expression, appelée fréquence de Minnaert,

$$f_m = \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho_L}}, \quad (1.3)$$

avec  $\gamma$  le rapport des capacités calorifiques du gaz, à ne pas confondre avec la tension de surface. Afin de vérifier la validité de l'équation (1.3), Minnaert avait conçu un dispositif permettant de faire échapper de l'air par un orifice immergé dans un fluide et déterminait à l'oreille et à l'aide de diapasons la fréquence de bulles de diamètre compris entre 3 et 6 mm ainsi créées. Minnaert a réalisé une étude de l'influence de divers paramètres sur la hauteur du son perçu comme le volume des bulles, la température, la nature du gaz et du liquide, ce qui lui a permis de vérifier expérimentalement la validité de l'expression (1.3). Une conséquence importante de la formule de Minnaert est de montrer que les bulles résonnent à une fréquence qui diminue avec leur taille.

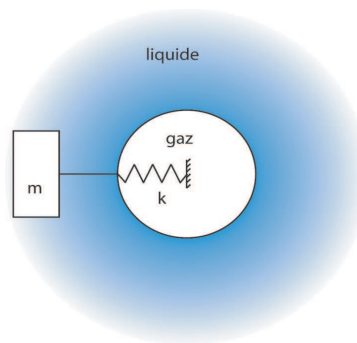


FIGURE 1.6 – Bulle de Minnaert de gaz qui oscille dans du liquide : le comportement est analogue à celui d'un oscillateur harmonique, la masse effective étant celle du liquide déplacé par les oscillations, et la raideur provient de la compressibilité du gaz.

L'effet de résonance des bulles sur la vitesse de phase et l'atténuation du son dans une suspension de bulles a fait l'objet de nombreuses études [29, 30, 31]. Il a été observé expérimentalement à la fois dans un ensemble de bulles monodisperses, polydisperses, dispersées aussi bien dans l'eau que dans les gels [31]. Les études ont montré qu'une fréquence caractéristique correspondant à celle de Minnaert pouvait être trouvée. Par ailleurs, quand la distribution des tailles des bulles s'élargit, les pics de résonance deviennent moins prononcés [29].

Des mesures de la vitesse de son et d'atténuation dans des échantillons de bulles dans un gel ont été effectuées par Leroy et al. [31]. Pour expliquer la vitesse de son et les résultats d'atténuation près de la résonance d'une bulle, Leroy et al. ont utilisé le modèle de Foldy [32], étendu pour inclure l'absorption ainsi que la diffusion, et corrigé par l'approche de Henry [33]. La théorie de Foldy présuppose que la diffusion de chaque bulle peut être traitée indépendamment, de tel sorte que l'effet de  $n$  bulles est tout simplement  $n$  fois l'effet d'une bulle unique : sous cette hypothèse, les bulles dans le liquide n'interagissent pas les unes avec les autres. Une fois que la fréquence des ondes se propageant s'approche de la fréquence de Minnaert, la bulle commence à résonner et de grands changements dans la vitesse et l'atténuation sont prédits. Henry a essayé de raffiner le modèle de Foldy en incluant l'effet moyen des bulles voisines sur la contribution de la diffusion à l'atténuation et à la vitesse de son ; cette correction a été réalisée en remplaçant un milieu de l'eau autour de chaque bulle par le milieu effectif moyen. Néanmoins, Leroy et al. ont conclu que le modèle de Foldy est "imparfait mais satisfaisant" pour donner une description de la vitesse de phase et de l'atténuation pour les concentrations de bulles jusqu'à 1 %.

Il n'y a pas beaucoup d'études qui ont porté sur la propagation d'ondes acoustiques dans les mousses [34, 35, 36, 37]. Vu qu'une mousse est un matériau diphasique (liquide et air), et qu'il présente une structure interne évolutive (section 1.1.3), l'étude de la propagation d'ondes acoustiques dans ce genre de matériaux est un sujet complexe. Le modèle de Wood est souvent utilisé pour prédire la

vitesse du son dans un matériau diphasique [38]. Ce modèle considère la mousse comme un milieu effectif, ignorant totalement l'organisation et la répartition des deux phases dans l'espace (taille des bulles notamment). Il n'est donc valable que si la longueur d'onde est très supérieure à la taille des bulles. La vitesse de son s'écrit :  $c = 1/\sqrt{\langle\rho\rangle\langle\chi\rangle}$ , avec  $\langle\rho\rangle = \phi_\ell\rho_g + (1 - \phi_\ell)\rho_w$  la densité moyenne et  $\langle\chi\rangle = \phi_\ell\chi_g + (1 - \phi_\ell)\chi_w$  la compressibilité, où  $\phi_\ell$  est la fraction liquide, et avec les indices  $g$  pour le gaz et  $w$  pour le liquide. Pour une mousse à raser par exemple, ce modèle prédit une vitesse du son proche de  $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Le modèle de Wood montre que la vitesse du son dépend fortement de la fraction liquide.

Des mesures de la vitesse de son et de l'atténuation dans les mousses à raser et des mousses chargées en particules ont été effectuées par Moxon et al. [34]. Ces auteurs ont choisi ces mousses parce qu'elles étaient très stables pendant de longues périodes de temps. Ils ont trouvé que les pertes d'énergie lors de la propagation acoustique proviennent principalement de deux effets : une augmentation de la densité du milieu à travers lequel le signal passe (résultant en une diminution de la vitesse du son) et un mécanisme de perte visqueuse. Ils ont aussi montré que l'atténuation augmente avec la taille des bulles.

Une étude sur les effets de transferts de chaleur sur la propagation du son dans la mousse Gillette a été présentée par Goldfarb et al. [35]. Cette étude a été faite pour clarifier les mécanismes d'atténuation élevée (thermique et visqueuse) dans les mousses. Le modèle développé dans leurs études suggère que lorsqu'une onde acoustique se déplace à travers la mousse avec de petites bulles, l'onde de pression induit un écoulement de liquide dans les bords de Plateau de la mousse, et l'énergie sonore est absorbée dans le liquide. Dans le cas de la mousse avec les grosses bulles, la dissipation thermique est le mécanisme dominant d'atténuation. Ces auteurs ont déterminé que la vitesse dans la mousse est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fraction liquide. Cependant, la vitesse mesurée était de 10-15% au-dessus de leurs valeurs théoriques. Cet écart a été attribué à la connaissance insuffisante de la structure de la mousse et à l'influence du

mouvement de liquide dans la mousse.

Mujica et Fauve [37] ont étudié l'atténuation et la vitesse du son dans une mousse à raser sur des temps d'environ 200 min. Dans leur étude à la fois l'atténuation ultrasonore et de la vitesse de phase ont été mesurées à plusieurs fréquences : 5 kHz, 37 kHz, 63 kHz et 84 kHz. Ils ont mesuré une vitesse de son de l'ordre de 65 m/s pour 5 kHz au début des expériences, puis qui descend vers la valeur calculée avec le modèle de Wood à 50 m/s au bout de 4 h, et un coefficient d'atténuation de l'ordre de  $160 \text{ m}^{-1}$  pour 37 kHz, 30 min après le début de l'expérience. Ces auteurs ont montré, à partir de l'évolution des propriétés structurales des mousses, que l'atténuation augmente en raison de la croissance de rayon des bulles à basse fréquence, et la vitesse de son décroît en raison de la diminution de l'élasticité dans la mousse.

Les études précédentes ont montré que la vitesse du son et l'atténuation dépendent fortement de la fraction liquide mais également de la taille des bulles, ce que le modèle de Wood ne prédit pas.

L'étude qui est présentée dans cette thèse se focalise sur l'évolution de l'atténuation d'une onde acoustique et de la vitesse du son lors du mûrissement d'une mousse aqueuse. Un comportement non monotone des deux grandeurs mesurées est mis en évidence et constitue un résultat original, complétant sur des temps plus longs les études déjà menées sur le sujet de Mujica et Fauve [37]. Parallèlement, nous avons comparé la résonance acoustique d'une bulle unique de Minnaert et la résonance dans la mousse pour une certaine taille de bulles.

## 1.4 Écoulement de mousses confinées

Dans cette section nous allons décrire un ingrédient essentiel des écoulements confinés : la friction bulle-mur. Nous évoquons ensuite deux phénomènes physiques qui se produisent dans nos expériences : le phénomène d'instabilité de digitation, et la rupture fragile.

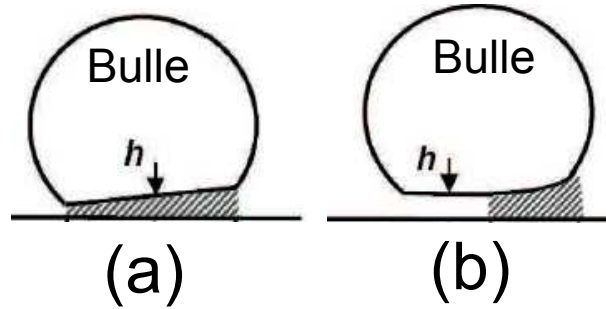


FIGURE 1.7 – Origine de la dissipation pour chaque interface : film mouillant (zone hachurée) pour la bulle (a) d'interface rigide et bord de Plateau de paroi (zone hachurée) pour la bulle (b) d'interface mobile.

#### 1.4.1 Friction entre une bulle et un mur

L'écoulement des mousses dans les milieux confinés est régi par la friction entre les bulles et les parois confinantes. Le glissement d'une mousse sur une paroi induit une perte de charge de plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle de la phase liquide pure [39, 40]. Cela est dû au fait que le confinement des bords de Plateau au contact des parois impose de la création de forces visqueuses importantes. Plusieurs études sur la friction des parois ont été menées avec des interfaces mobiles, pour lesquelles l'interface n'induit pas de contrainte surfacique autre que la tension de surface d'équilibre, et avec des interfaces rigides, pour lesquelles les bulles adoptent un mouvement de translation "en bloc" qui entraîne la monocouche à l'interface liquide-gaz le long de la paroi à glisser à la vitesse de la bulle, c'est-à-dire, dans notre contexte, avec une forte variation des contraintes tangentielles lors d'une dilatation de l'interface.

La friction des parois dans le cas des interfaces mobiles, vient des régions de transition entre les bords du Plateau en contact avec les plaques et les films minces de lubrification entre les bulles et les plaques (figure 1.7b). Elle peut être exprimée comme une fonction de la force visqueuse par unité de longueur du bord de Plateau,  $f_v$ . Notons que ce n'est pas la seule situation où le frottement visqueux se produit dans une région de transition de longueur  $\ell$  entre un film mince de mouillage d'épaisseur  $h$  et le volume « macroscopique » du liquide, de

rayon de courbure typique  $R$ . Cela se produit également dans l'écoulement d'une bulle unique dans un tube capillaire de rayon  $R$  [41], et dans le cas d'un film de Landau-Levich, déposé sur une plaque tirée hors d'un bain de liquide [42, 43]. Dans toutes ces situations, le frottement visqueux et les effets capillaires sont les deux effets importants dans les régions de transition, et cet équilibre donne les échelles suivantes :  $h \approx RCa^{2/3}$  et  $\ell \approx RCa^{1/3}$  dans l'hypothèse  $Ca^{1/3} \ll 1$ , où  $Ca = \eta v / \gamma$  est le nombre capillaire, avec  $\eta$  la viscosité dynamique et  $v$  la vitesse. La force de frottement par unité de longueur est donc d'ordre de grandeur :  $f_v \approx \eta v \ell / h \approx \gamma Ca^{2/3}$ , et ne dépend pas de  $R$ . Par conséquent, pour un bord de Plateau se déplaçant avec un mouvement normal :

$$f_v = K \gamma Ca^m, \quad (1.4)$$

avec  $K$  une constante sans dimension, et  $m = 2/3$ . Denkov et al. [44] ont montré expérimentalement que cet exposant dépendait des propriétés rhéologiques de surface et que les zones de dissipation s'élargissent et interagissent à travers le film de lubrification (figure 1.7a). Dans ce cas, l'exposant devient  $m = 1/2$ .

Différentes prédictions ont été trouvées pour  $K$  :  $K = 4,7$  par Bretherton [41] et  $K = 9,5$  par Ratulowski [40],  $K = 5,01$  par Wong et al. [45], sur des bulles ou des films dans des géométries différentes et avec différentes solutions moussantes. Pour les mousses des mesures à fraction liquide contrôlée et avec des géométries différentes ont montré que  $f_v$  dépend du rapport  $a/L$ , conduisant à  $K = \kappa(a/L)^{m_a}$ . Ainsi  $K = 6,8(a/L)^{-0,5}$  [46] avec une étude concernant la friction d'une couche de bulles 2D, ou  $K = 9(a/L)^{-0,4}$  [47] avec un écoulement de bulles dans un tube cylindrique. Ces deux résultats montrent qu'il existe une différence avec Bretherton [41] : pour une mousse, la force de friction dépend aussi de la fraction liquide et de la géométrie de la mousse. Cependant, les corrections proposées restent empiriques et sans explication théorique pour le moment.



### 1.4.2 Instabilité de digitation

L'injection d'air dans une mousse liquide appartient à la vaste classe des expériences où un fluide visqueux est poussé par un fluide moins visqueux dans un milieu poreux, ou dans une cellule de Hele-Shaw. Une caractéristique générale ces expériences est que le front entre les deux fluides montre une instabilité de forme, la digitation [48, 49, 50]. Ce processus a été modélisé pour un fluide newtonien par Saffman et Taylor [51]. La vitesse moyenne  $V$  d'écoulement d'un fluide visqueux entre les deux plaques est liée au gradient de pression  $\nabla p$  par :  $V = -e^2 \nabla p / (12\eta)$ . Cette relation est identique à la loi de Darcy décrivant l'écoulement dans un milieu poreux de perméabilité  $e^2/12$  qui correspond à son aptitude à se laisser traverser par un fluide de référence sous l'effet d'un gradient de pression. L'instabilité de Saffman-Taylor a été beaucoup étudiée expérimentalement et théoriquement [48, 49, 51, 52]. Ces travaux ont conduit à une très bonne compréhension de l'instabilité pour les fluides simples. Pour un fluide newtonien, les propriétés d'écoulement dépendent de la viscosité du fluide, qui tend à réduire les doigts, et de la tension superficielle, qui tend à les élargir [53].

Par contre, les fluides complexes conduisent à une grande classe de comportements possibles, pas encore totalement clairs [54, 55]. Parmi ces matériaux, l'instabilité de digitation des fluides à seuil a été modélisée par Coussot [56], dont la théorie prédit avec succès la largeur caractéristique de doigts observés dans un gel [50]. Cependant, les mousses liquides, dont le comportement rhéologique macroscopique est similaire à celui d'un gel (fluide à seuil), se comportent différemment. En fait, dans une cellule de Hele-Shaw, ce matériau glisse facilement sur le mur. Le profil de vitesse dans un plan transversal à la plaque est essentiellement un écoulement bouchon à l'extérieur de la couche mince de lubrification localisée entre la première couche de bulles et la paroi. Pour des mousses 2D, la chute de pression est essentiellement régie par les forces visqueuses discutées au chapitre 4. Cette particularité a d'abord été remarquée par Lindner et al. [50] pour les mousses 3D. La description de l'écoulement de la mousse nécessite de

tenir compte de la friction visqueuse entre les bulles et la paroi, et de la contrainte seuil de la mousse.

### 1.4.3 Mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures macroscopiques. Elle s'applique lorsqu'il existe dans le matériau des discontinuités telles dans la matière qu'elle viennent modifier l'état de contrainte, de déformation et de déplacement. La propagation de la ou des fissures macroscopique(s) peut conduire à la séparation de matériau en deux ou plus, ou bien au contraire les fissures peuvent être interceptées. Le mode de rupture peut être fragile (dite aussi la rupture plate) [57], lorsque la rupture se produit sans déformation plastique. Et la rupture est dite ductile (ou rupture inclinée), lorsqu'elle est accompagnée d'une déformation plastique importante. Griffith [58] a proposé une théorie de la propagation d'une fracture dans les matériaux fragiles, qui s'appuie une analyse de la répartition des contraintes et des déformations autour d'une fissure, mais le raisonnement est conduit sous l'aspect énergétique. Griffith considère qu'une microfissure préexiste dans le matériau. Lorsque la microfissure s'ouvre, une interface se crée, ce qui coûte une énergie de cohésion du matériau. Cette énergie est fournie par la relaxation de l'énergie élastique stockée dans le matériau au voisinage de la pointe de la fissure. Lorsque cette relaxation d'énergie élastique excède le coût d'énergie de surface, la fissure s'agrandit. Les mécaniques dynamiques à l'œuvre lors de la propagation d'une fissure sont plus compliqués et font intervenir l'inertie du matériau [59].

Le régime de fracture à une pression élevée a été signalée dans plusieurs fluides complexes, principalement les suspensions. Ces études suggèrent que la transition entre digitation visqueuse et rupture se présente à taux de déformation élevé et/ou à forte concentration, lorsque la dissipation visqueuse freine suffisamment la relaxation des contraintes élastiques. Lemaire et al. [60] observent dans les argiles une transition de doigts visqueux non newtoniens vers des doigts qui ressemblent

à des fractures et ils relie cette transition aux propriétés rhéologiques du fluide sous confinement. Tabuteau et al. [61] ont étudié les mécanismes microscopiques de la fragilité de fluides viscoélastiques, et montrent que les fissures des fluides viscoélastiques sont intrinsèques au matériau et liées à la nature d'équilibre de la microstructure du fluide. La fragilité de ces fluides provient de fluctuations thermiques de la distribution des liens de leur microstructure. Dans ce cas, ils vérifient que la contrainte de rupture est de l'ordre du module de Young. Hilgenfeldt et ses collègues [62, 63, 64] ont montré que les mousses 2D sont bien appropriées pour traiter la transition de la digitation visqueuse à la rupture, et ils montrent que la propagation de la rupture dans la mousse est supersonique. Nous reviendrons à leurs études et à leurs prédictions dans la suite.



## Première partie

### Réponse d'une mousse à une injection d'air localisée



# Chapitre 2

## Matériels et méthodes

Dans ce chapitre, nous décrivons l'ensemble des techniques expérimentales et d'analyse employées pour notre étude du comportement de mousses bidimensionnelles soumises à des déformations localisées, par injection d'air en leur centre. Nous présentons d'abord le dispositif de mesure et les techniques de visualisation de l'évolution de la mousse au cours de sa déformation. Nous décrivons ensuite la méthode employée pour fabriquer, de manière statistiquement reproductible, des mousses bidimensionnelles de caractéristiques (fraction liquide, taille des bulles, monodispersité) contrôlées.

### 2.1 Dispositif expérimental

Le montage expérimental est constitué d'une cellule de Hele-Shaw, d'un néon circulaire, d'une caméra, d'un capteur de pression, et d'une jonction T permettant de relier la cellule de Hele-Shaw avec le capteur de pression et l'injecteur d'air (figure 2.1) ; ce dernier est soit un débitmètre (débit d'azote imposé), soit un réservoir d'air en surpression, dans une grande bonbonne ou dans une poche d'air maintenue au fond d'un réservoir de liquide (pression imposée). Une électrovanne est placée entre le capteur de pression et la voie qui relie la mousse. Nous allons décrire la fonction de chaque élément dans cette étude.

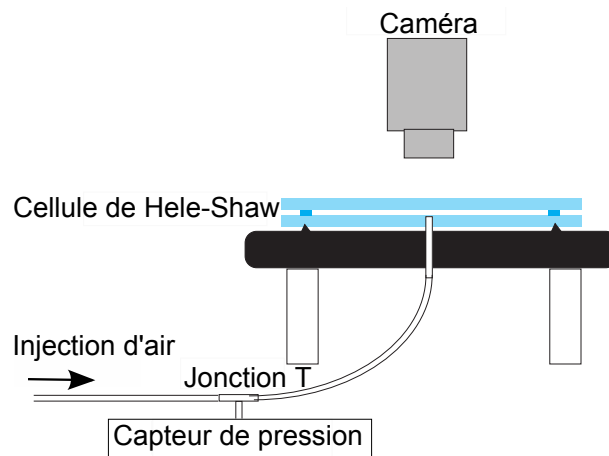


FIGURE 2.1 – Dispositif expérimental.

### 2.1.1 Cellule de Hele-Shaw

La cellule de Hele-Shaw (figure 2.2) est constituée de deux plaques de verre circulaires de 30 cm de diamètre et 5 mm d'épaisseur séparées par trois cales circulaires de même épaisseur. L'épaisseur des cales doit être inférieure au diamètre des bulles pour ne pas sortir de la géométrie 2D, et il faut poser ces trois cales de telle sorte qu'elles forment un triangle équilatéral pour éviter toute inhomogénéité de l'épaisseur entre les deux plaques. Nous avons utilisé des cales d'épaisseur entre 0,4 mm et 1,5 mm pour varier l'écartement de la cellule. Cette cellule nous permet d'avoir une mousse 2D. Nous avons choisi cette géométrie pour éviter les problèmes des mousses 3D. En effet, la mousse 2D est beaucoup plus stable qu'une mousse 3D, le drainage est minimisé, et la mousse 2D est beaucoup plus simple à visualiser et aussi pour extrapoler les effets de friction au paroi (voir section 1.1.5). La plaque inférieure de la cellule est percée d'un trou de 2 mm de diamètre et munie d'une buse métallique de 1,5 mm de diamètre. Cette buse est collée sur la plaque avec la colle Araldite qui a l'avantage de ne pas casser la mousse à son contact.



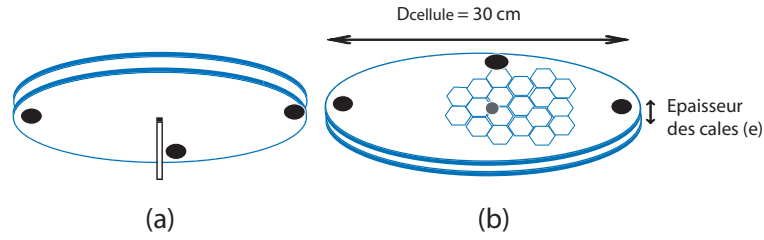


FIGURE 2.2 – Cellule de Hele-Shaw, a) vue de dessous, b) vue de dessus. Les trois cercles noirs sont les cales, et sur la partie b), le cercle gris au milieu est le trou de la buse.

### 2.1.2 Solution savonneuse

La solution de base utilisée est une solution de surfactant et d'eau désionisée. Nous avons utilisé deux types de surfactants : le SDS (dodécylsulfate de sodium), et un mélange de lauryléthersulfate de sodium (SLES), cocamidopropylbétaine (CAPB) et d'acide myristique (MAc) [65]. L'intérêt de ces deux solutions est qu'elles représentent deux extrêmes en termes de rhéologie interfaciale : le SDS donne des interfaces mobiles, alors que le mélange SLES/CAPB/MAc donne des interfaces rigides (section 1.4). Nous avons toujours ajouté 10% de glycérol pour la solution de SDS ce qui permet de rendre les films plus résistants et la mousse plus stable.

#### Propriétés des deux solutions

Nous avons mesuré la tension superficielle, la viscoélasticité de surface et la viscosité de volume des deux solutions de la façon suivante :

- Mesure de la tension superficielle : cette mesure a été faite avec la méthode de la goutte pendante. Il s'agit en effet de suspendre une goutte à l'extrémité d'une aiguille et d'analyser sa forme. Avec une mesure de sa forme et de son volume, on déduit la tension superficielle de la solution par la loi de Laplace. Ceci est automatisé sur le tensiomètre de marque Teclis que nous avons utilisé. La solution SDS de concentration  $10 \text{ g l}^{-1}$  plus 10 % de glycérol a une tension de surface  $\gamma = 36,8 \pm 0,3 \text{ mN.m}^{-1}$ . La solution avec  $7,8 \times 10^{-3}$

ml/l SLES,  $5 \times 10^{-3}$  ml/l de CAPB, et  $8,8 \times 10^{-4}$  ml/l de MAc [65] a une tension de surface  $\gamma = 22,4 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ .

- Viscoélasticité de la surface : cette mesure a été faite avec le même principe de mesure que pour la tension superficielle, sauf qu'ici nous avons appliqué des oscillations de gonflage et de dégonflage de la goutte pendante de notre solution. À partir du profil et du volume de la goutte, on détermine le module de surface de la solution. La solution SDS a un module de surface négligeable. La solution SLES/CAPB/MAc a un module de surface qui varie entre 200 et 108 mN/m selon l'âge de la solution.
- Viscosité de la solution : la viscosité des solutions peut être mesurée en utilisant un rhéomètre de Couette cylindrique qui exerce un taux de cisaillement fixé et contrôlé. Nous avons utilisé un rhéomètre de marque Anton Paar pour cette mesure. La viscosité de la solution SDS de concentration  $10 \text{ g l}^{-1}$  plus 10% de glycérol égale  $\eta = 1,2 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ . La viscosité de la solution SLES/CAPB/MAc égale  $\eta = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ .

### Création des bulles

Pour fabriquer les bulles, nous utilisons la méthode de bullage (figure 2.3). Cette méthode est inspirée de la thèse d'El-Hadji Mama Guène [66]. L'air est injecté par le pousse-seringue PHD2000 de marque Harvard Apparatus qui est relié à une aiguille de seringue plongée dans un récipient rempli à ras bord (pour faciliter la récupération de la mousse par contact des bulles formées avec la plaque supérieure de la cellule de Hele-Shaw, voir section 2.2) avec la solution savonneuse (figure 2.3). L'intérêt du pousse-seringue est de pouvoir contrôler le débit de gaz injecté. Celui-ci détermine la taille des bulles créées, en changeant le débit d'injection du pousse-seringue à diamètre d'ouverture fixé ou bien en changeant le diamètre d'ouverture de seringue à débit fixé, ainsi nous pouvons avoir des bulles allant de 0,1 cm à 0,5 cm de rayon. Ainsi, en travaillant à débit constant, il est possible d'avoir une mousse monodisperse et ordonnée à la surface du récipient.

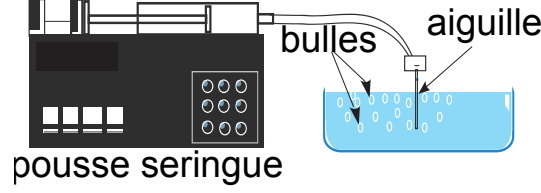


FIGURE 2.3 – Méthode de bullage.

Lors des expériences, nous avons utilisé une méthode de pesage pour mesurer la fraction liquide  $\phi_\ell$ , le volume de liquide est égal à la masse de la mousse prélevée  $m_{mousse}$ , divisée avec la masse volumique de la solution  $\rho = 1 \text{ g/mL}$ . Nous supposons que la masse d'air compris dans les bulles est négligeable devant la masse de solution. La formule s'écrit alors :

$$\Phi_\ell = \frac{m_{mousse}}{\rho V_{mousse}}, \quad (2.1)$$

$m_{mousse}$  étant déterminée par différence entre la masse du récipient et de son contenu avant et après prélèvement des bulles.  $V_{mousse}$  est le volume total de la mousse 2D, déterminé par traitement d'image (Sec 2.3.1). La fraction liquide varie légèrement entre les différentes expériences, mais elle est en général proche de 3%.

### 2.1.3 Visualisation et éclairage

L'éclairage doit être à la fois homogène et intense. Nous avons disposé un néon circulaire de 50 cm de diamètre sous la cellule de Hele-Shaw. Ce néon est relié à un ballast modulant l'intensité du courant pour éviter son battement à une fréquence de 50 Hz, visible sur la caméra. Le néon est posé sur un support dont le fond est teint en noir, ce qui permet d'augmenter le contraste afin de faciliter la visualisation des films qui apparaissent en blanc sur la figure 2.4. La visualisation est opérée par une caméra rapide (Photron APXRS, plein champ

1024×1024 pixels) et acquises sur un ordinateur avec le logiciel PFV qui permet d'enregistrer les images au cours de l'injection d'air. Nous avons utilisé aussi une caméra normale CCD, de résolution 1312×1082 pixels, interfacée avec un programme LabView qui permet de visualiser et d'enregistrer les images au cours de l'injection d'air.

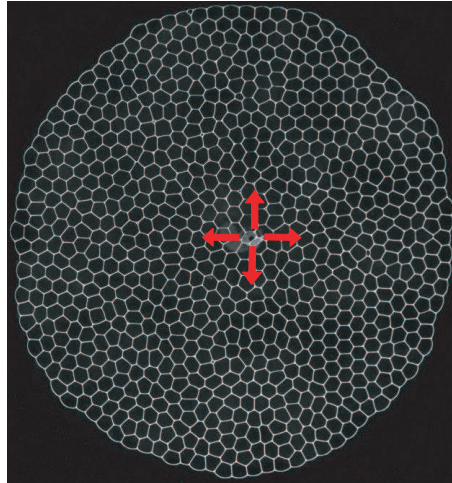


FIGURE 2.4 – Image typique d'une mousse 2D : On obtient une monocouche de bulles circulaires (les flèches rouges montrent la position de la buse d'injection).

### 2.1.4 Capteur de pression

Un capteur de pression a été mis en parallèle entre la voie qui permet d'injecter de l'air et la voie qui relie la mousse. Il s'agit d'un capteur à membrane élastique qui se courbe en fonction de la force qui lui est appliquée. Le capteur est relié à une carte d'acquisition. Un programme Labview réalisé au laboratoire permet d'enregistrer le signal. Avant de commencer les expériences, nous avons calibré notre capteur de pression. Le principe de cette calibration est une méthode hydrostatique simple : il s'agit de calculer une valeur de pression sous différentes hauteurs d'un réservoir d'eau  $h$  qu'on injecte, et de mesurer un voltage avec le capteur de pression qui correspond à cette injection de pression hydrostatique. Nous avons tracé la pression hydrostatique en fonction du voltage mesuré avec

le capteur (figure 2.5). Les données se ressemblent sur une droite qui passe par l'origine. La pente de cette droite correspond à la constante qui nous permet de convertir les valeurs mesurées avec le capteur en V à une pression en Pa.

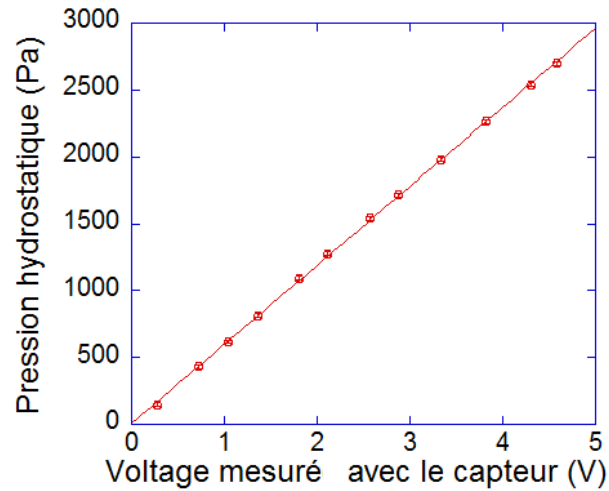


FIGURE 2.5 – Pression en fonction du voltage mesuré au cours de la calibration.

### 2.1.5 Configurations expérimentales

Nous explicitons ici les deux configurations expérimentales utilisées pour l'injection d'air : soit à débit imposé, soit à pression imposée.

#### Débit imposé

La configuration débit imposé (figure 2.6) est la première configuration de l'expérience que nous avons faite. Une bouteille d'azote comprimé est relié à un débitmètre de marque Brooks Instrument, dont la pleine échelle vaut soit 500 ml/min, soit 9000 ml/min. Pour les expériences avec des débits plus faibles, on utilise un pousse-seringue permettant de contrôler le débit de 5  $\mu\text{l}/\text{min}$  à 50 ml/min. L'avantage de la configuration débit imposé est qu'elle permet de travailler sur une large gamme de débit (de 5  $\mu\text{l}/\text{min}$  jusqu'à 9000 ml/min). Elle permet notamment de faire des expériences en régime quasistatique, en fixant un débit d'injection très faible avec un pousse-seringue. Par contre, pour les débits plus

forts, nous avons trouvé que le débit évolue rapidement au début de l'expérience, dès qu'on commence l'injection d'air. De plus, on observe une forte surpression au début, ce qui est gênant pour notre étude de la transition gonflage-rupture (figure 2.7).

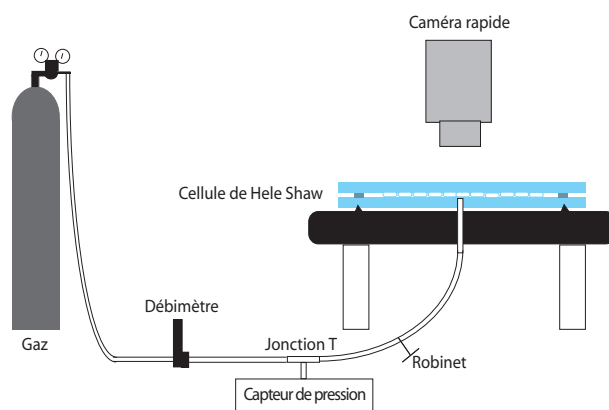


FIGURE 2.6 – Configuration expérimentale à débit d'azote imposé.

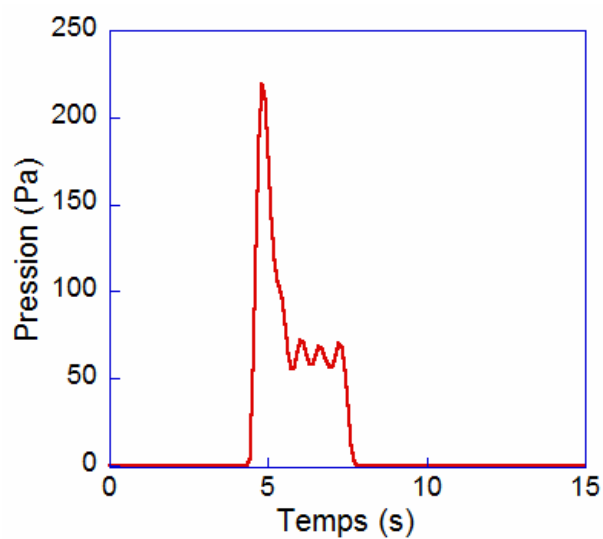


FIGURE 2.7 – Pression en fonction du temps. Dans cet exemple le débit d'injection est 320 ml/min.

### Pression imposée

La configuration pression imposée consiste à imposer une pression contrôlée.

Nous avons utilisé deux méthodes pour contrôler la pression :

- un saladier renversé dans un bac ; cette méthode est simple pour contrôler la pression, que l'on change en variant le niveau d'eau dans le bac (figure 2.8b). La limite de cette méthode provient de la profondeur du bac. La pression maximale qu'on peut atteindre est 3000 Pa.
- une bombonne, que l'on relie avec une jonction T à un débitmètre qui sert à injecter du gaz dans la bombonne pour augmenter progressivement la pression (figure 2.8a). La pression vaut de 100 Pa à 6000 Pa.

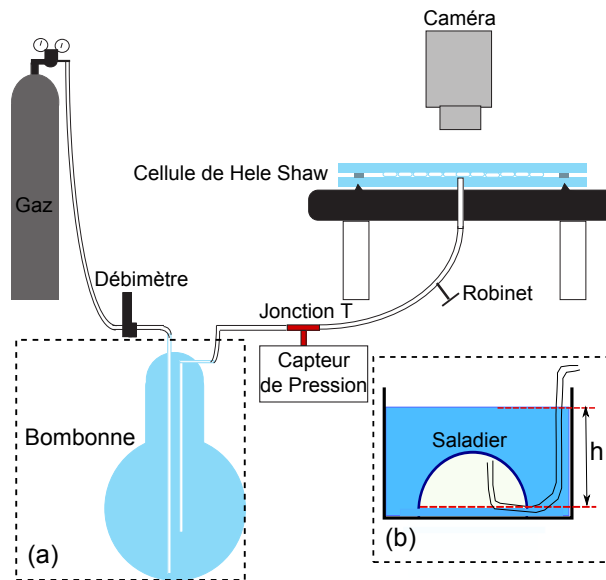


FIGURE 2.8 – Configuration expérimentale à pression imposée, (a) méthode bombonne, (b) méthode saladier renversé dans un réservoir d'eau.

La méthode du saladier est plus précise pour le contrôle de pression par rapport la méthode de la bombonne, ainsi que nous l'avons remarqué à partir des signaux de pression enregistrés au cours de l'injection d'air dans la mousse (figure 2.9). Les barres d'erreur qui se produisent lors de mesures de pression seront reportées sur la figure 3.16. Les barres d'erreurs du saladier (de l'ordre de 2 Pa) sont beaucoup plus faibles qu'avec la bombonne (de l'ordre 60 Pa).

La configuration pression imposée minimise les transitoires par rapport à la configuration débit imposé, et offre un paramètre de contrôle plus fiable lorsque

la mousse évolue rapidement.

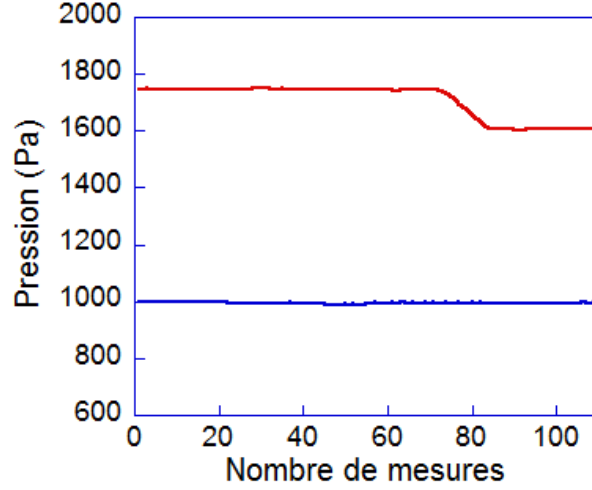


FIGURE 2.9 – Evolution de la pression au cours de deux expériences. La courbe rouge est une pression mesurée avec la méthode de la bombonne, et la courbe bleue avec la méthode du saladier renversé.

### 2.1.6 Mesure de la perte de charge dans les tuyaux

La longueur du tuyau entre la cellule et le capteur de pression doit être plus grande que la distance entre la plaque inférieure de la cellule de Hele-Shaw et le fond, et avec un diamètre suffisamment petit pour ne pas gâcher les images. Compte tenu de ces contraintes, nous ne pouvons pas négliger la chute de pression  $P_{cor}(Q)$  le long de ce tuyau. Cette perte de charge  $P_{cor}(Q)$  a été mesurée pour chaque valeur du flux de gaz dans le dispositif sans la mousse (voir figure 2.10). La pression  $P_0$  dans la bulle centrale est donnée par  $P_0 = P_{exp} - P_{cor}(Q)$  avec  $P_{exp}$  la valeur mesurée par le capteur de pression en présence de la mousse.

### 2.1.7 Paramètres de contrôle expérimentaux

Les différents paramètres que nous pouvons faire varier au cours des expériences sont : le débit volumique total  $Q$  (dispositif débit d'injection imposé), la surpression (disposition pression imposée)  $P_{exp}$ , la fraction liquide  $\phi_\ell$ , la taille des



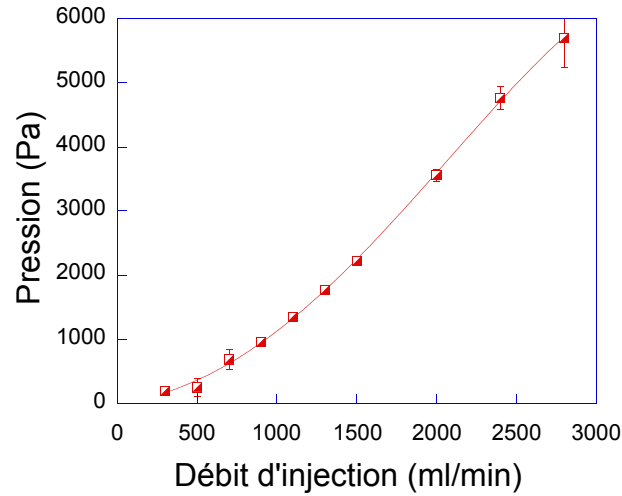


FIGURE 2.10 – Perte de charge dans les tuyaux en fonction du débit en l'absence de mousse. Les symboles sont les mesures expérimentales, et la courbe est une loi d'ajustement polynomiale de degré 3 qui donne  $P_{cor}(Q)$ .

bulles  $L$ , la taille de la mousse  $A_{tot}$ , l'écartement entre les deux plaques de verre  $e$ , et les surfactants.

## 2.2 Déroulement d'une expérience

1. Réalisation de la mousse : on remplit à ras bord un récipient ouvert avec la solution savonneuse, dans laquelle on fait ensuite buller de l'air avec un pousse-seringue relié à une aiguille. On crée ainsi une mousse à la surface du récipient (figure 2.3).
2. On met en contact la plaque supérieure de la cellule de Hele-Shaw avec la mousse. Une partie de celle-ci reste collée à la plaque, que l'on repose délicatement sur les cales pour qu'on retrouve la géométrie radiale d'une mousse 2D. On mesure la masse de la mousse, qui est la différence entre la masse de récipient et de son contenu avant et après prélèvement des bulles.
3. Mesure de pression : on lance l'acquisition du signal de pression avec un programme Labview pour mesurer la valeur de pression injectée.

4. Enregistrement de l'évolution de la mousse : après le réglage de la luminosité, on démarre l'enregistrement de l'évolution de la mousse sur le logiciel *PFV* d'acquisition d'image de la caméra.
5. Sollicitation de la mousse : on injecte l'air dans la mousse par la buse centrale de la plaque inférieure de la cellule de Hele-Shaw, qui est reliée à un débitmètre ou à un réservoir de pression (section 2.1.5).

Dans l'ordre chronologique des expériences, je lance l'acquisition du capteur et de la caméra, j'ouvre l'électrovanne, je la ferme quand la mousse est ouverte, je stoppe l'enregistrement des images, puis celle de la pression.

## 2.3 Analyse d'images et mesures globales

### 2.3.1 Traitement des images brutes

Les images d'une expérience obtenues à partir des caméras sont codées en niveaux de gris (voir figure 2.11). Afin d'identifier les bulles, on procède à une binarisation, qui attribue une couleur noire pour les bords de bulles et blanche pour l'intérieur. Pour cela on utilise le logiciel ImageJ. Il permet d'effectuer séquentiellement des opérations courantes de traitement d'image (figure 2.12). L'image est d'abord seuillée : à partir d'une image en niveau de gris, le seuillage d'image peut être utilisé pour créer une image comportant uniquement deux valeurs, noirs ou blanc. Le seuillage d'image remplace un à un les pixels d'une image à l'aide d'une valeur seuil fixée. Ainsi, si un pixel a une valeur supérieure au seuil (par exemple 150), il prendra la valeur 255 (blanc), et si sa valeur est inférieure, il prendra la valeur 0 (noir). L'image seuillée est ensuite binarisée et squelettisée. On obtient à la fin de ce prétraitement un ensemble d'images squelettisées, c'est-à-dire avec des bords de bulles noirs d'épaisseur un pixel entourant les bulles en blanc, mais il existe des pixels noirs ou des bouts pendants isolés qui se produisent lors de la squelettisation, on appelle ces pixels noir isolés "barbules". Nous avons alors créé

un code Matlab qui nous permet d'éliminer ces pixels isolés (figure 2.13).

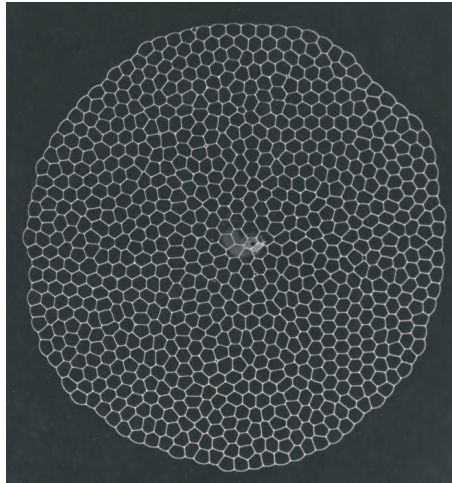


FIGURE 2.11 – Image de mousse non traitée.

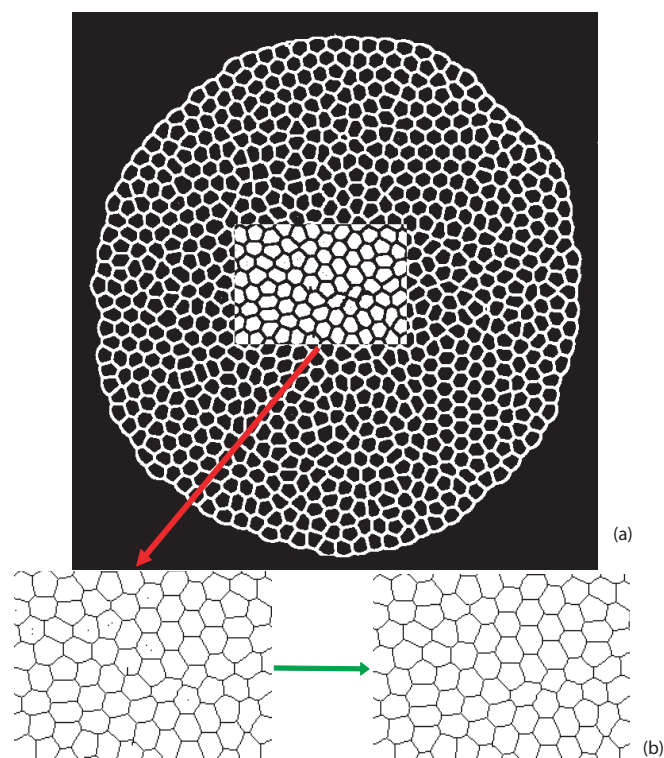


FIGURE 2.12 – Image seuillée. (a) image seuillée avec la présence des pixels isolés ; (b) élimination des pixels isolés.

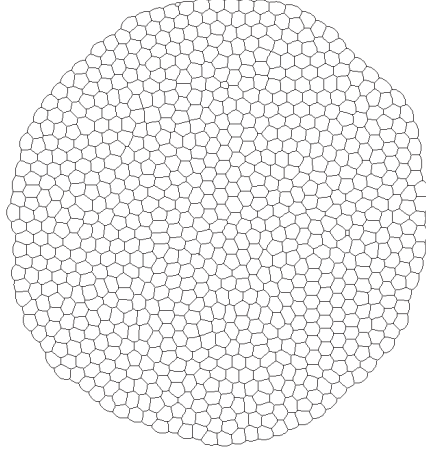


FIGURE 2.13 – Image squelettisée.

### 2.3.2 Calcul des informations statiques

Le logiciel ImageJ a été utilisé pour réaliser l'analyse d'images. Nous avons créé une macro d'analyse qui permet de calculer et de sortir un fichier contenant toutes les informations sur les différents paramètres de la mousse : le nombre de bulles  $N$ , l'aire moyenne des bulles  $\bar{S}$ , et leur rayon effectif moyen  $L = \sqrt{\bar{S}/\pi}$ . Les barres d'erreur sur la mesure de la taille des bulles sont calculées à partir de l'écart-type de la distribution de taille des bulles. L'aire totale de la mousse  $A_{tot} = N\bar{S}$  est mesurée avec la sélection de contour de la mousse à l'aide de la fonction Wand Tool ; la fonction Measure donne alors l'aire de la mousse. On en déduit une estimation de la longueur totale des bords de Plateau  $\mathcal{L}$  en contact avec les plaques. Pour une plaque  $\mathcal{L} \approx \frac{1}{2} \times N \cdot 2\pi L$ , car chaque bord de Plateau est partagé entre deux bulles, sauf ceux du bord de la mousse. Une mesure estimée du volume de liquide dans une mousse est  $V_{sol} = 2\mathcal{L} \times s$  avec la section des films :  $s = (2 - \frac{\pi}{2})a^2$  (figure 2.14), on en déduit le rayon des bords de Plateau, noté  $a$  :

$$a = \sqrt{\frac{V_{sol}L}{(4 - \pi)A_{tot}}}. \quad (2.2)$$

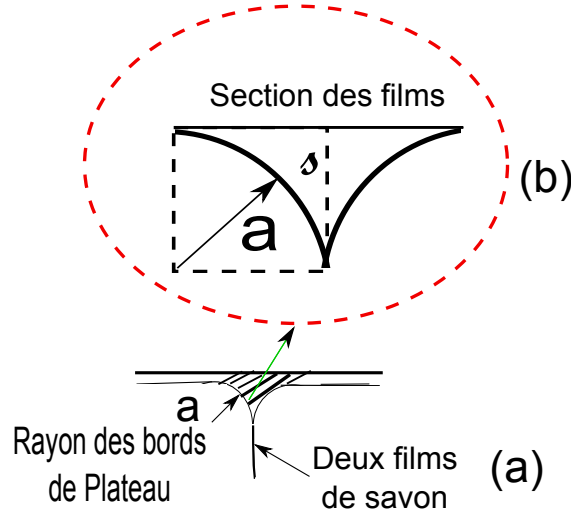


FIGURE 2.14 – (a) Représentation schématique d'un film de savon en contact avec une plaque de verre. (b) Zoom sur la section des films.

### 2.3.3 Calcul des informations cinématiques

Les images squelettisées sont aussi traitées par un programme Matlab, pour calculer les champs de pression et de déplacement.

#### Calcul des contraintes élastiques dans une mousse

Les bulles sont en général déformées, ce qui se traduit par des contraintes élastiques. À deux dimensions et dans la limite sèche, ces contraintes se déduisent directement du profil des côtés de bulles et de la tension superficielle. Ici nous utilisons une forme approchée valable en régime quasistatique. Dans ce régime, les seules forces mises en jeu sont les forces de pression du gaz dans les bulles, et les forces de surface dues à la présence des interfaces. Pour calculer la contrainte dans chaque bulle, il faut faire la combinaison de ces deux contributions. Par souci de simplicité, nous négligeons la courbure des côtés des bulles. Le tenseur des contraintes élastiques  $\sigma_{ij}$  moyenné sur l'aire d'une bulle  $A_{bulle}$  est donné par [2] :

$$\sigma_{ij} = \frac{\gamma}{A_{bulle}} \sum_{\text{côtés de la bulle}} \frac{l_i l_j}{l}, \quad (2.3)$$

où  $l_i$  et  $l_j$  sont les projetés de  $l$ , le côté d'une bulle, sur les axes  $i$  et  $j$ .

Ce tenseur de contrainte possède deux valeurs propres positives  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  dans des direction orthogonales. Une représentation standard d'un tel tenseur est une ellipse de grand axe  $\sigma_+$  et de petit axe  $\sigma_-$  selon les directions propres correspondent aux valeurs propres  $\sigma_{\pm}$  (figure 2.15). On peut ensuite définir un état scalaire de contrainte élastique par la quantité :

$$\Lambda = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-}, \quad (2.4)$$

qui vaut entre 0 et 1. Si cette quantité est égale à 0, c'est-à-dire que  $\sigma_+ = \sigma_-$ , la contrainte élastique est isotrope, et plus  $\Lambda$  est grand, plus la bulle est contrainte. À partir de cet état de contrainte, nous avons associé un code couleur sur chaque bulle les contraintes (claire pour les faibles contraintes, sombre pour les fortes contraintes).

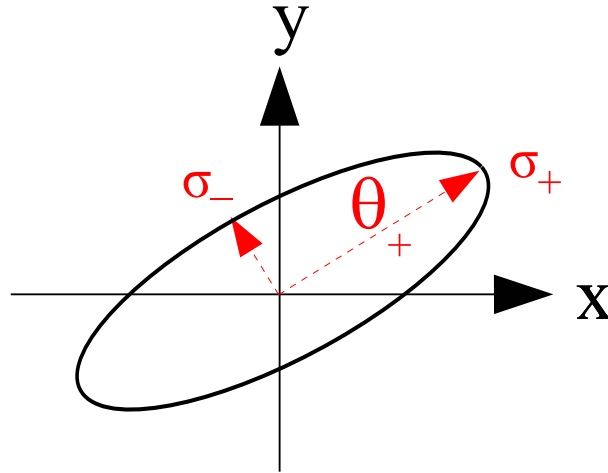


FIGURE 2.15 – Représentation elliptique d'un tenseur symétrique défini positif (c'est-à-dire dont les deux valeurs propres sont strictement positives) [67].

### Calcul des champs de déplacement de mousse

Le calcul des champs de déplacement est basé sur la corrélation d'une image à l'autre. Le principe de la corrélation est simple. Dans notre gamme de débits

en régime quasistatique, une bulle bouge peu d'une image à l'autre ; on est donc quasiment certain que le centre d'une bulle donnée de l'image  $t + 1$  est plus proche du centre de cette même bulle à l'image  $t$  que de toutes les autres bulles. On calcule alors le déplacement du centre de la bulle d'une image  $t$  à une autre  $t + 1$ .

### **Vitesse d'ouverture de la bulle centrale**

Pour les expériences à pression imposée, le flux de gaz  $Q(t)$  est mesuré avec l'évolution de l'aire de la bulle centrale lors de l'injection d'air, tel que  $Q(t) = edA/dt$ , avec  $dA/dt$  la variation de l'aire de la bulle centrale  $A$  au cours du temps. Pour le calcul de l'aire de la bulle centrale, nous utilisons une fonction sur ImageJ "wand (tracing) tool" qui permet de sélectionner le contour de la bulle centrale pour chaque instant sur l'ensemble des images déjà traitées. Nous traçons ensuite  $A$  en fonction du temps et nous prenons la pente qui représente  $dA/dt$ . On discutera l'allure des courbes  $A(t)$  en section 3.3.1.





## Chapitre 3

# Réponse d'une mousse 2D soumise à une injection d'air localisée : étude expérimentale

Dans ce chapitre, l'objectif est de quantifier le comportement de la mousse, lorsqu'elle est soumise à une injection d'air localisée, de mesurer la perte de charge liée aux forces de frottement sur les parois, de déterminer la vitesse maximale et minimale de rupture fragile et ductile, et de quantifier la digitation. La plupart des résultats exposés ici sont présentés dans la référence [68].

### 3.1 Observations générales

Selon les propriétés de la mousse et les conditions d'injection, trois comportements différents sont observés : élastoplastique (section 3.1.1), viscoélastoplastique (section 3.1.2) et fragile (section 3.1.3).

#### 3.1.1 Comportement élastoplastique

Lors d'un faible taux d'injection, la bulle centrale gonfle et la mousse résiste, au sens où aucun film ne casse. La croissance de la bulle centrale est une succes-

sion de charges élastiques de la mousse (déformation des bulles) et de décharges plastiques par des T1s bien isolés en temps et en espace. Les bulles respectent les lois d'équilibre (voir section 1.1.2), et la fréquence de réarrangements est beaucoup plus faible que l'inverse du temps de relaxation suivant un réarrangement. Il s'agit donc d'une réponse quasi-statique, en régime élasto-plastique, tel que la dissipation visqueuse entre les réarrangements est négligeable. La forme de la bulle centrale prend une forme allongée très régulière, et ressemble à une ellipse (figure 3.1).

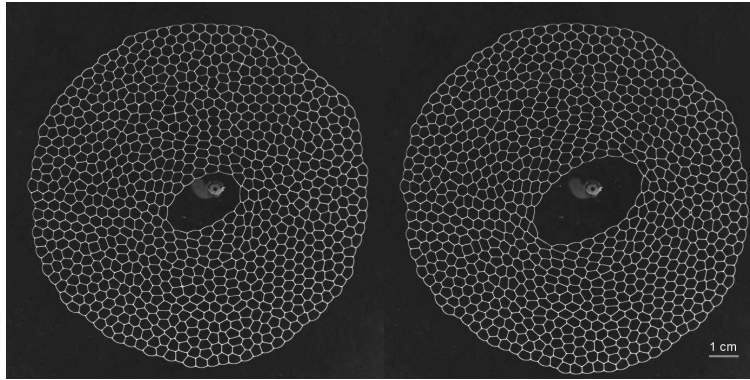


FIGURE 3.1 – Séquence d'images avec une propagation de fissure ductile à débit  $25 \mu\text{l}/\text{min}$ . Le temps entre les deux images est 13 min. La mousse résiste à la surpression : on observe l'ouverture de la bulle centrale avec une succession de T1.

### 3.1.2 Comportement viscoélastoplastique

À plus fort taux d'injection, la bulle centrale gonfle comme en régime élasto-plastique sans la présence de rupture des films. Dans ce régime la mousse subit toujours des réarrangements plastiques mais la mousse se déforme rapidement et prend une structure hors d'équilibre gouvernée par les forces visqueuses externes entre les films et les parois, qui augmentent avec le taux de déformation. La bulle centrale gonfle en formant des doigts (figure 3.2 et 3.3).

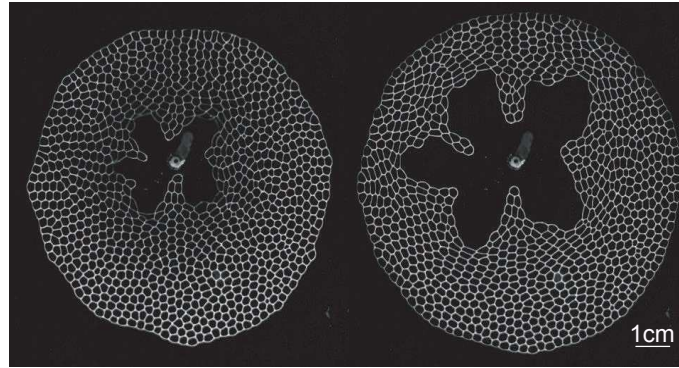


FIGURE 3.2 – Séquence d’images avec une propagation de fissure ductile. La mousse résiste et absorbe la surpression : on observe du gonflage sans rupture des films, et de la digitation en forme d’étoile.

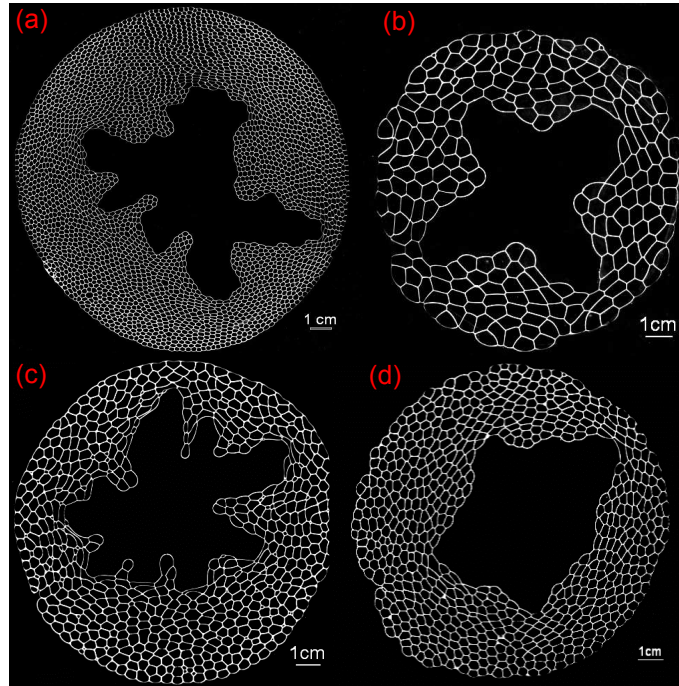


FIGURE 3.3 – La mousse résiste et absorbe la surpression sur différentes conditions. (a) mousse de SDS,  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,13$  cm,  $P = 773$  Pa,  $A_{tot} = 178$  cm<sup>2</sup>, (b) mousse de SDS,  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,33$  cm,  $P = 403$  Pa,  $A_{tot} = 95$  cm<sup>2</sup>, (c) mousse de SLES/CAPB/MAC,  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,17$  cm,  $P = 437$  Pa,  $A_{tot} = 101$  cm<sup>2</sup>, (d) mousse de SDS,  $e = 0,2$  cm,  $L = 0,14$  cm,  $P = 3000$  Pa,  $A_{tot} = 89$  cm<sup>2</sup>.

### 3.1.3 Comportement fragile

À très forte déformation, la mousse ne résiste plus, les films se cassent rapidement et on observe une rupture de la mousse, soit dans une seule direction (figure 3.4), soit une rupture branchée dans différentes directions (figure 3.5). Le reste de la mousse n'est pas affecté, et bouge très peu : seules les bulles voisines de la fissure sont légèrement écartées par celle-ci (figure 3.6).

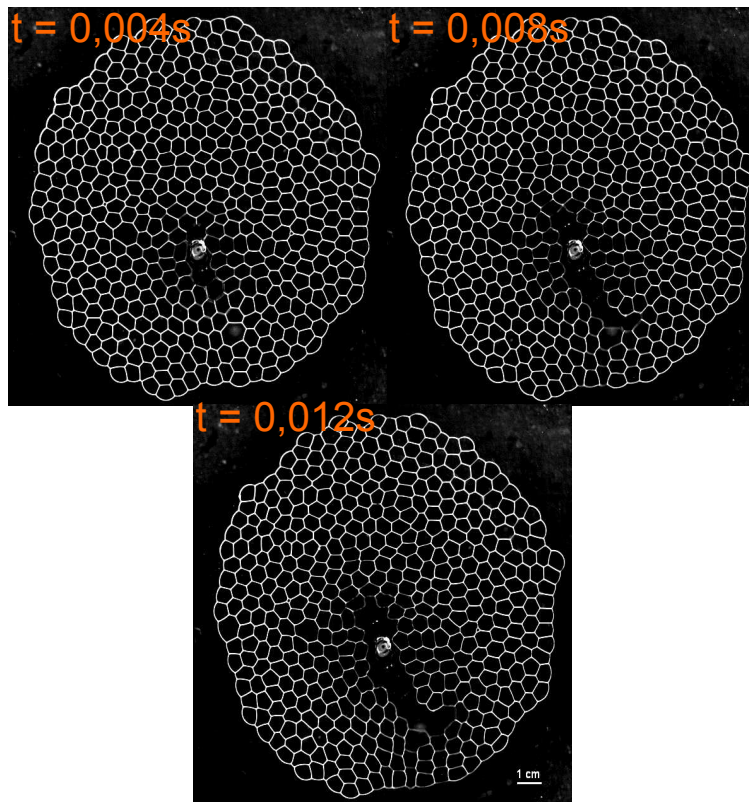


FIGURE 3.4 – Séquence d'images avec une propagation de fissure fragile. La mousse ne résiste pas et n'absorbe pas la surpression : les films se cassent.

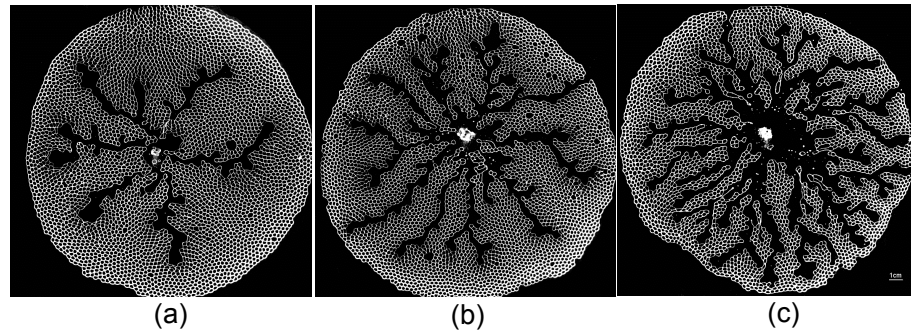


FIGURE 3.5 – Fracture branchée. La mousse ne résiste pas et se casse dans plusieurs directions sous forme de branches à différentes pressions d’injection. (a) 6 kPa, (b) 60 kPa, (c) 120 kPa.

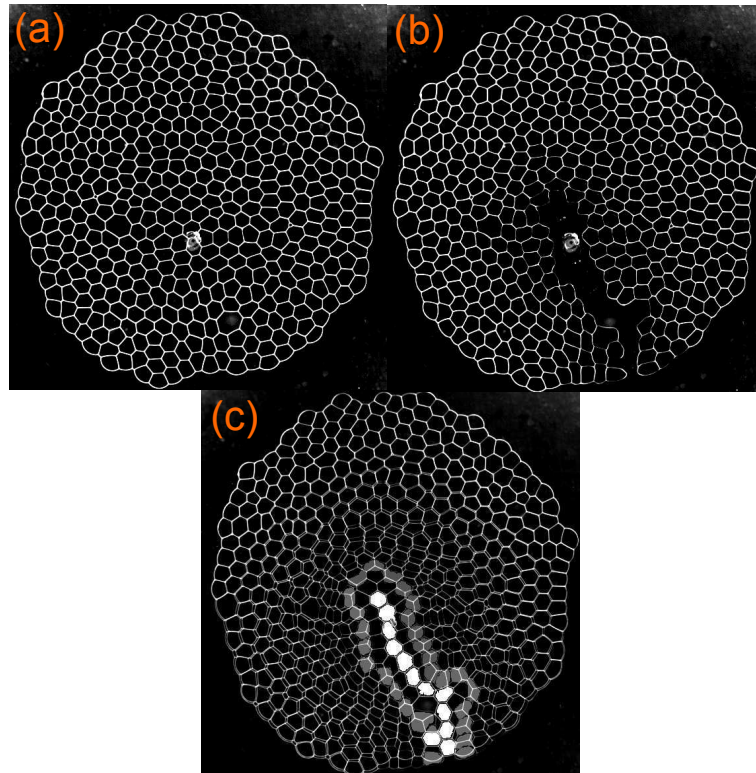


FIGURE 3.6 – (a) La mousse avant injection d’air, à l’instant  $t = 0$  s. (b) Rupture fragile d’une mousse 2D avec succession de ruptures de films, à la fin de l’expérience. (c) Superposition de la figure (a) et (b) ; les bulles blanches sont les bulles qui cassent, et les bulles en gris sont les bulles voisines de la branche fissurée à la fin de l’expérience.



## 3.2 Réponse élastique

### 3.2.1 Forme de la bulle centrale

Nous avons remarqué à partir de plusieurs expériences faites dans ce régime, que la bulle centrale passe d'une forme quasi-circulaire juste au début de l'injection à une forme elliptique. On peut expliquer qualitativement cette observation : dès que la forme circulaire est perturbée (elle est toujours perturbée, ne serait-ce que par la présence du réseau discret des bulles), il y a une concentration des contraintes élastiques aux endroits les plus courbés [69]. Dans cette section, nous allons analyser en détail une expérience quasistatique où la bulle centrale a pris une forme elliptique quasiment exacte (figure 3.7), ce qui permettra la comparaison avec des prédictions analytiques de la théorie de l'élasticité.

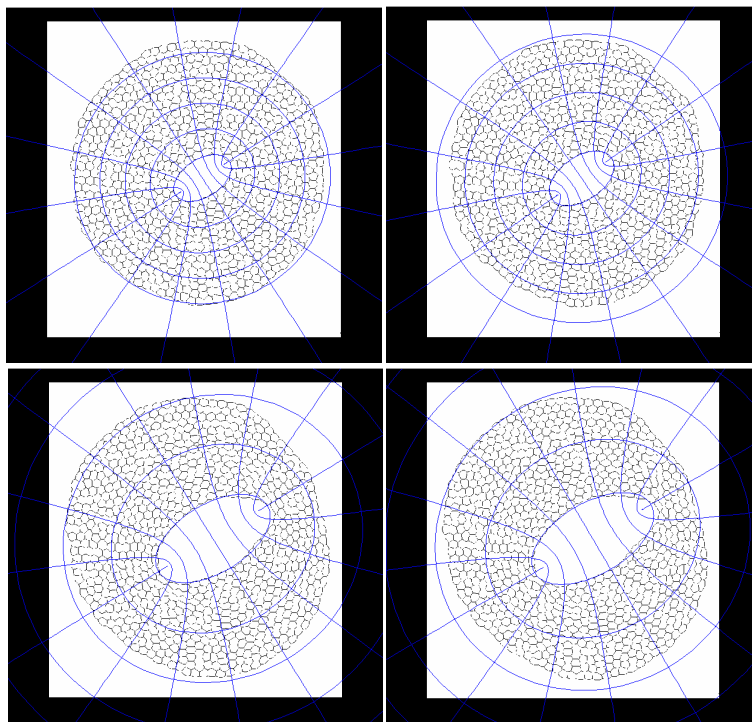


FIGURE 3.7 – Ajustement de la bulle centrale avec des ellipses et les courbes de coordonnées elliptiques  $(\xi, \eta)$ .

### 3.2.2 Contraintes élastiques

Dans le régime élastoplastique où on a une ouverture régulière de la bulle centrale avec une forme elliptique, nous avons mesuré les contraintes élastiques dans chaque bulle de la mousse (section 2.3.3), et nous les avons comparées au cas d'un matériau parfaitement élastique. Après avoir calculé les contraintes sur chaque bulle, nous avons associé dans notre programme Matlab une couleur pour ces contraintes (claire pour les faibles contraintes, sombre pour les fortes contraintes), comme présenté sur la figure 3.8. La couleur des contraintes dans les bulles du bord de la mousse est un artefact, car les côtés en contact avec l'air extérieur sont courbés, alors que le calcul se fait en supposant les côtés plats. On remarque, à partir du code couleur, que les contraintes dans les bulles qui se trouvent aux pointes de l'ellipse sont beaucoup plus fortes. C'est là que la mousse plastifie, donc la pointe s'agrandit.

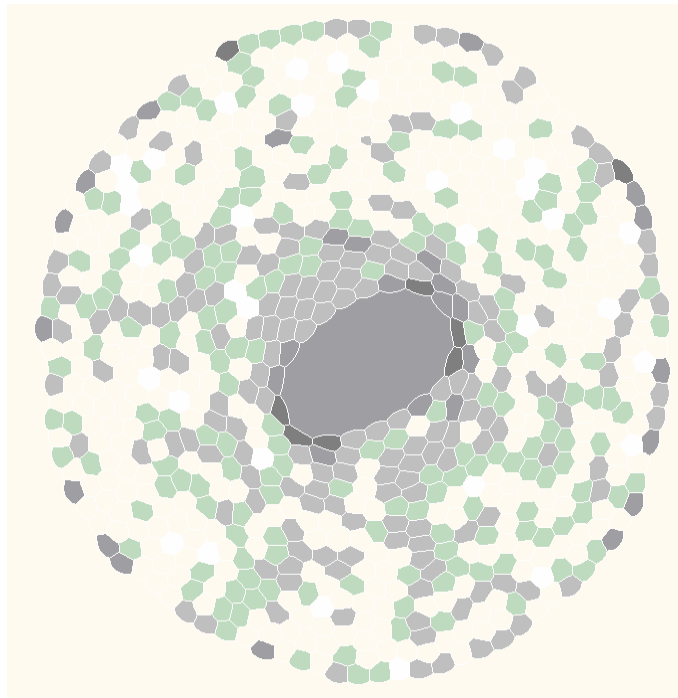


FIGURE 3.8 – Représentation avec un code couleur des contraintes élastiques dans chaque bulle de la mousse, claire pour les faibles contraintes et sombre pour les fortes contraintes.

Nos mesures de contraintes sont à comparer à la réponse d'un matériau élastique 2D, percé d'un trou elliptique sous pression  $S$  [69]. La solution de ce problème élastique est formulé dans un système de coordonnées elliptiques. Ce système est un système de coordonnées à deux dimensions orthogonales, dans lequel les lignes iso-coordonnées sont des ellipses et des hyperboles (figure 3.9). Les deux foyers sont fixés à  $c$  et  $-c$ , respectivement, sur l'axe des abscisses. Les coordonnées elliptiques  $(\xi, \eta)$  sont alors définies par :

$$x = c \cosh \xi \cos \eta,$$

$$y = c \sinh \xi \sin \eta,$$

où  $\xi$  est un nombre réel positif, et  $\eta \in [0, 2\pi]$ . Dans ce système de coordonnées, les contraintes dans un matériau élastique percé d'un trou elliptique de coordonnée  $\xi_0$ , mis sous pression  $S$ , valent :

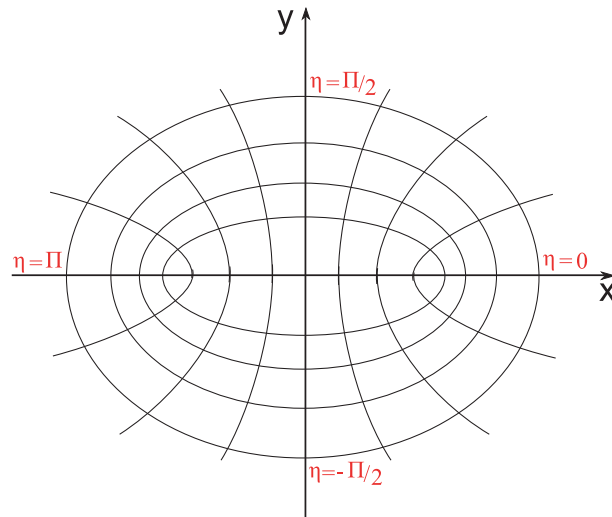


FIGURE 3.9 – Schéma des coordonnées elliptiques. Les hyperboles sont les courbes à  $\eta$  constant, et les ellipses sont les courbes à  $\xi$  constant.

$$\sigma_{\xi\eta} = \frac{2S(\cosh 2\xi - \cosh 2\xi_0) \sin 2\eta}{(\cosh 2\xi - \cos 2\eta)}, \quad (3.1)$$



$$\sigma_{\eta\eta} = S \left[ -1 + \frac{\sinh 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \left( 1 + \frac{\cosh 2\xi_0 - \cos 2\eta}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \right) \right], \quad (3.2)$$

$$\sigma_{\xi\xi} = S \left[ -1 + \frac{\sinh 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \left( 1 - \frac{\cosh 2\xi_0 - \cos 2\eta}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \right) \right]. \quad (3.3)$$

Pour comparer ces prédictions aux résultats expérimentaux, on peut trouver  $\xi$  et  $\eta$  pour chaque bulle, à partir des coordonnées de centre de chaque bulle  $x$  et  $y$ , on en déduit :  $\xi = \operatorname{argsh} \frac{1}{c\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2 - c^2 + \sqrt{(c^2 - x^2 - y^2)^2 + 4c^2y^2}}$  et  $\eta = \arccos \frac{1}{c\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2 - c^2 + \sqrt{(c^2 - x^2 - y^2)^2 + 4c^2y^2}}$ .

En élasticité, d'après les équations (3.2) et (3.3),

$$\sigma_{\eta\eta} - \sigma_{\xi\xi} = \frac{2S \sinh 2\xi_0}{\cosh 2\xi_0 - \cos 2\eta},$$

au bord du trou  $\xi = \text{constante} = \xi_0$ . Expérimentalement, on calcule  $\sigma_+ - \sigma_-$  à partir de (2.3) pour les bulles en contact avec la bulle centrale elliptique, et on le trace en fonction de  $\frac{\sinh 2\xi_0}{\cosh 2\xi_0 - \cos 2\eta}$  avec la coordonnée  $\eta$  calculée sur chaque centre de bulle, et où  $\xi_0$  est évalué pour chaque image, (figure 3.10). On remarque que l'ensemble des points est correctement ajusté par une loi linéaire. Cela montre que les contraintes dans la mousse en régime quasistatique sont bien compatibles avec la réponse théorique.

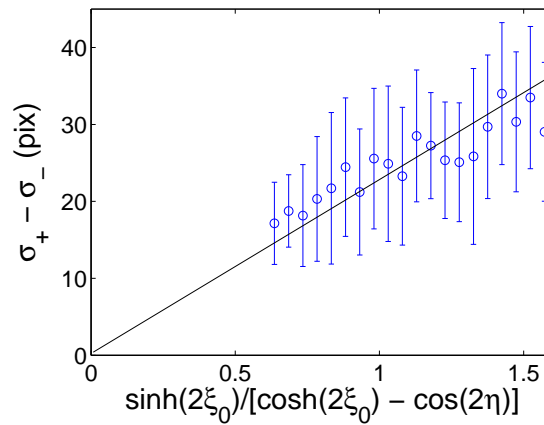


FIGURE 3.10 – Moyenne des valeurs des contraintes expérimentales en fonction de la contrainte élastique théorique.

### 3.2.3 Champ de déplacement

Nous décrivons ici deux observations expérimentales sur les champs des déplacements, selon que la mousse subit un T1 ou non. Sur un intervalle de temps sans T1 sur l'ensemble de la mousse au cours du gonflage (figure 3.11), on remarque que tous les déplacements des bulles sont centrifuges. Au contraire, dans le cas d'un état de gonflage de la bulle centrale ayant subi un T1 en tête de fissure (figure 3.12b), on récupère le champ de déplacement élastique quadrupolaire invoqué dans les modèles sur les matériaux plastiques [70].

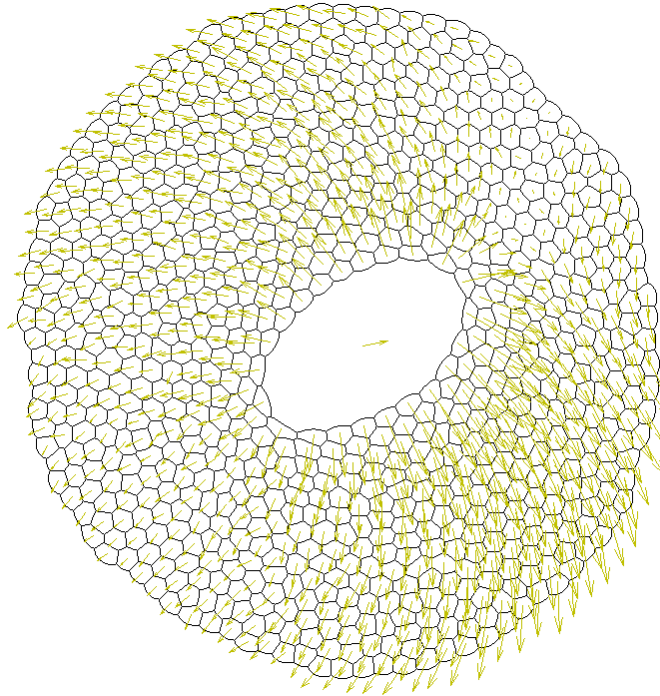


FIGURE 3.11 – Champs de déplacement d'un état de gonflage de la bulle centrale sans T1.

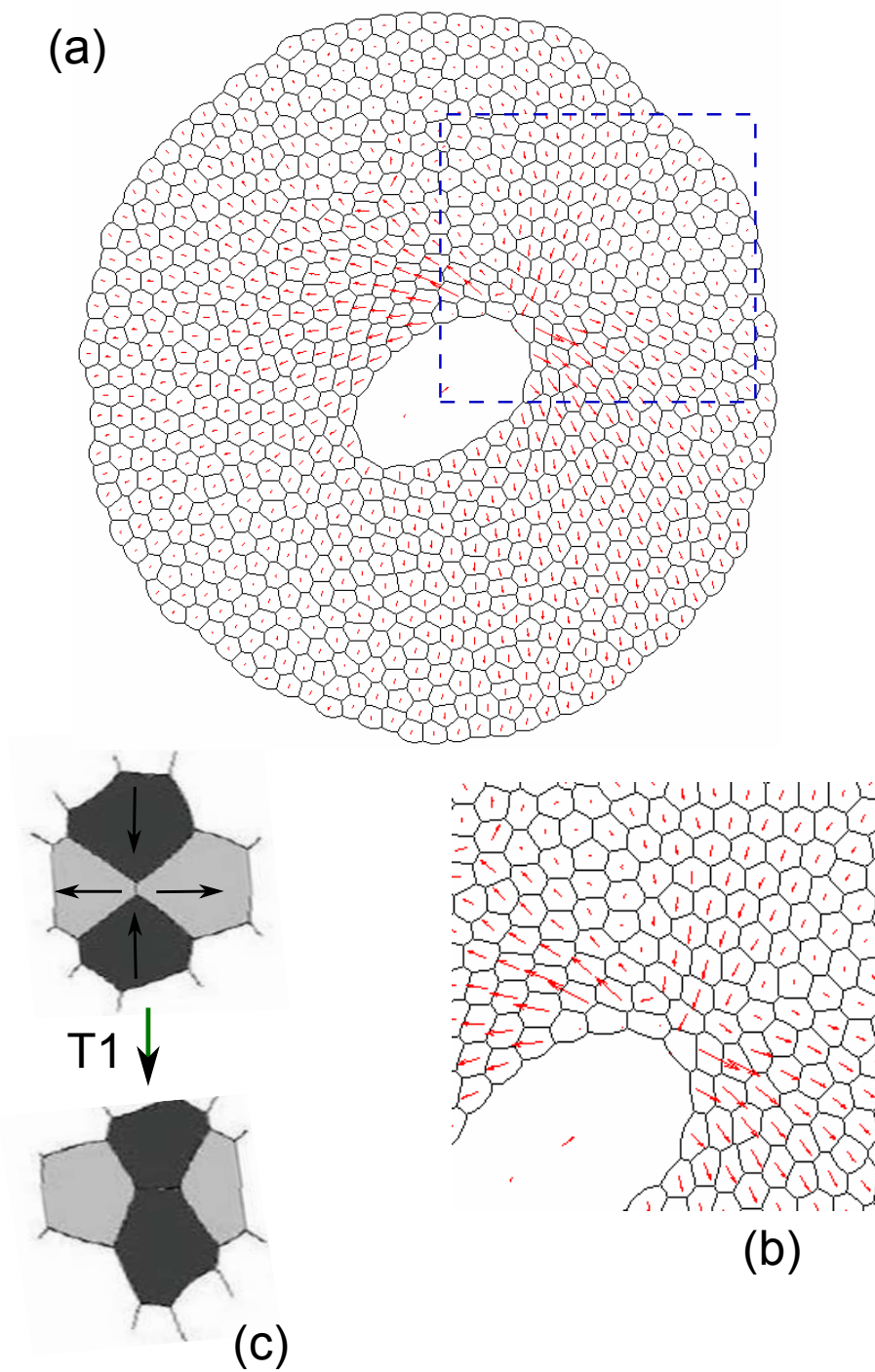


FIGURE 3.12 – (a) Champs de déplacement d'un état de gonflage de la bulle centrale ayant subi un T1 en tête de fissure. (b) Zoom sur la pointe de fissure. (c) Processus de T1 de quatre bulles et champ de déplacement associé.

### 3.2.4 Mousse non monodisperse

Dans cette sous-section, nous présentons deux expériences préliminaires avec des mousses non monodisperses, pour étudier l'influence du désordre sur la propagation de la fracture. Plus précisément, grâce à notre dispositif de bullage (section 2.1.2), nous avons préparé un récipient avec des petites bulles, et un avec des grosses bulles. En récupérant successivement la mousse des deux récipients, d'un côté et de l'autre de la plaque, nous avons pu fabriquer une mousse avec un côté des grosses bulles, et un autre avec des petites bulles, pour voir quelle est la direction la plus simple pour la propagation de fracture. Nous avons réalisé les expériences de gonflage dans le régime quasistatique.

Nous avons observé d'après les deux figures 3.13 et 3.14 que la bulle centrale s'ouvre toujours vers les grosses bulles, alors que la partie avec les petites bulles reste quasiment fixe. Qualitativement, cette observation s'explique du fait que l'ouverture de la bulle centrale s'opère du côté "le plus facile", c'est-à-dire où la contrainte seuil  $\sigma_y$  est la plus basse, donc du côté des grosses bulles, car  $\sigma_y \approx \gamma/L$ .

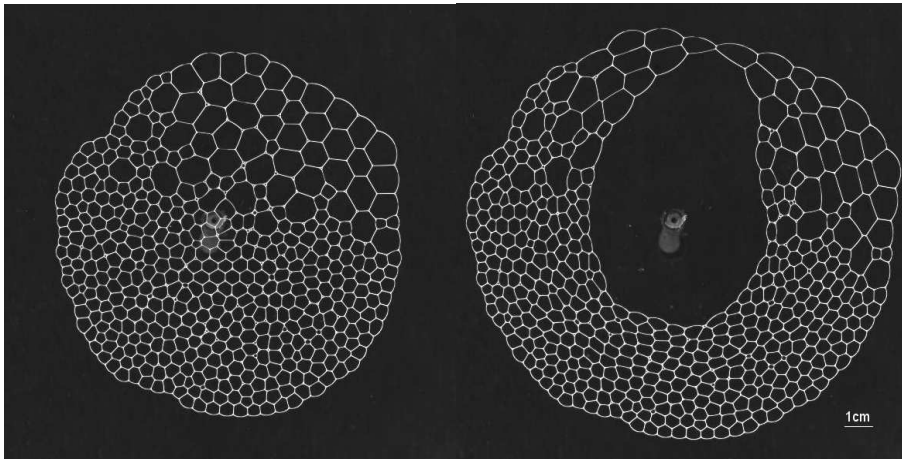


FIGURE 3.13 –

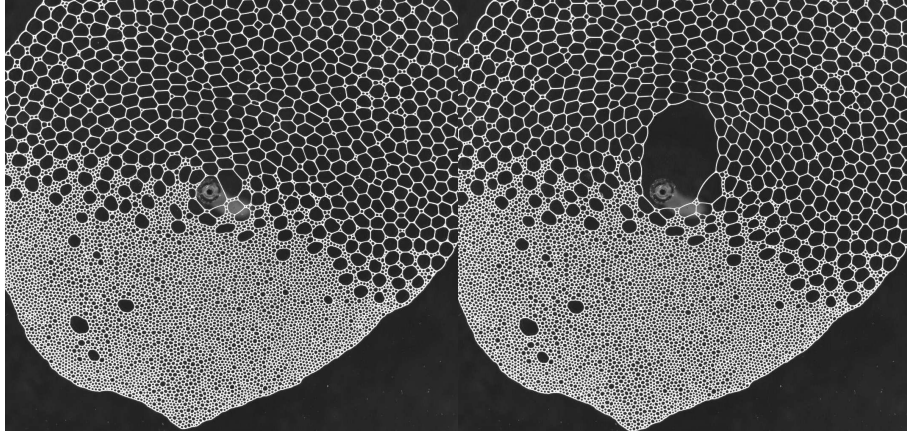


FIGURE 3.14 – Deux exemple d’expériences de gonflage quasistatique dans des mousses avec un côté constitué de petites bulles, et l’autre de grosses bulles. On observe que la bulle centrale croît du coté des grosses bulles.

### 3.3 Réponse visqueuse pour des interfaces mobiles

#### 3.3.1 Valeur de la pression dans la phase de gonflage

Dans la phase de gonflage, la mousse s’écoule sans rupture de films. À surpression imposée, le débit est à peu près constant (en fait, il augmente très légèrement) dans ce régime pendant toute l’expérience, comme indiqué sur la figure 3.15. Des expériences à débit contrôlé ou à pression contrôlée sont donc quasiment équivalentes. Ce comportement particulier est prédit par la théorie (section 4), pour la première phase de gonflage, lorsque la bulle centrale n’est pas encore déformée, et son aire faible en comparaison avec la taille de la mousse. Pour chaque expérience, nous avons donc tracé l’aire de la bulle centrale en fonction du temps, et nous mesurons la pente  $dA/dt$ . Nos paramètres expérimentaux de contrôle sont la taille des bulles  $L$ , l’aire de la mousse comptée sans la bulle centrale  $A_{tot}$ , l’écartement entre les deux plaques de verre  $e$  et le rayon des bords de Plateau  $a$ . Le dernier paramètre est difficile à faire varier de façon significative avec la méthode de bullage que j’utilise pour les expériences ; nous avons donc choisi de garder ce paramètre aussi constant que possible, tel que  $a = 0,024 \pm 0,002$  cm.

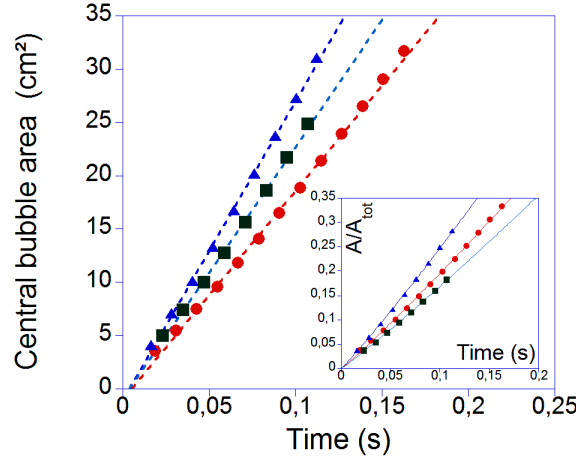


FIGURE 3.15 – Exemples de l'évolution temporelle de l'aire de la bulle centrale  $A(t)$  dans le régime gonflage pur.  $\bullet$  :  $P_0 = 403$  Pa,  $L = 0.33$  cm,  $A_{\text{tot}} = 95$  cm<sup>2</sup>,  $e = 0.06$  cm,  $a = 0.019$  cm ;  $\blacksquare$  :  $P_0 = 630$  Pa,  $L = 0.15$  cm,  $A_{\text{tot}} = 110$  cm<sup>2</sup>,  $e = 0.04$  cm,  $a = 0.021$  cm ;  $\blacktriangle$  :  $P_0 = 750$  Pa,  $L = 0.13$  cm,  $A_{\text{tot}} = 136$  cm<sup>2</sup>,  $e = 0.06$  cm,  $a = 0.022$  cm. Les lignes en pointillés sont des ajustements avec une équation linéaire, avec  $t = 0$  s correspondant au début de gonflage. Insert : évolution temporelle renormalisée de l'aire  $A(t)/A_{\text{tot}}$  avec un ajustement par l'équation (4.13).

Nous avons d'abord fixé tous les paramètres de contrôle pour étudier la variation de  $P_0$  en fonction de  $dA/dt$  (figure 3.16a) : cette figure montre que  $P_0$  augmente avec  $dA/dt$ . Nous ajustons les points expérimentaux par une loi de puissance  $P_0 \propto (dA/dt)^{0.7 \pm 0.1}$  à  $L$ ,  $e$  et  $A_{\text{tot}}$  fixes. Nous avons vérifié que le choix d'un autre ensemble de paramètres de contrôle donne un exposant similaire.

Nous passons ensuite à l'influence de chacun des trois paramètres de contrôle  $L$ ,  $e$  et  $A_{\text{tot}}$ , fixant les deux autres, et en gardant soit  $P_0$  soit  $dA/dt$  le plus constant possible. En pratique, il est difficile de faire varier indépendamment et sur une large gamme ces paramètres de contrôle, mais nos mesures montrent toutefois clairement les tendances suivantes : à  $dA/dt$  fixe, la pression est une fonction croissante de l'écartement de la cellule (figure 3.16b) et de la taille de bulles (figure 3.16c). Pour étudier l'influence de la taille de la mousse,  $P_0$  a été maintenu fixe, et on remarque que  $dA/dt$  décroît lorsque la taille de la mousse

augmente (figure 3.16d). Nous ajustons ces points expérimentaux par une loi de puissance :  $P_0 \propto e^{-1,1 \pm 0,2}$  à  $L$ ,  $A_{tot}$  et  $dA/dt$  fixes ;  $P_0 \propto L^{-0,51 \pm 0,05}$  à  $e$ ,  $A_{tot}$  et  $dA/dt$  fixes ; et  $dA/dt \propto A_{tot}^{-0,21 \pm 0,02}$  à  $L$ ,  $e$  et  $P_0$  fixes. Tous ces résultats expérimentaux seront expliqués par la théorie en section 4.2.2.

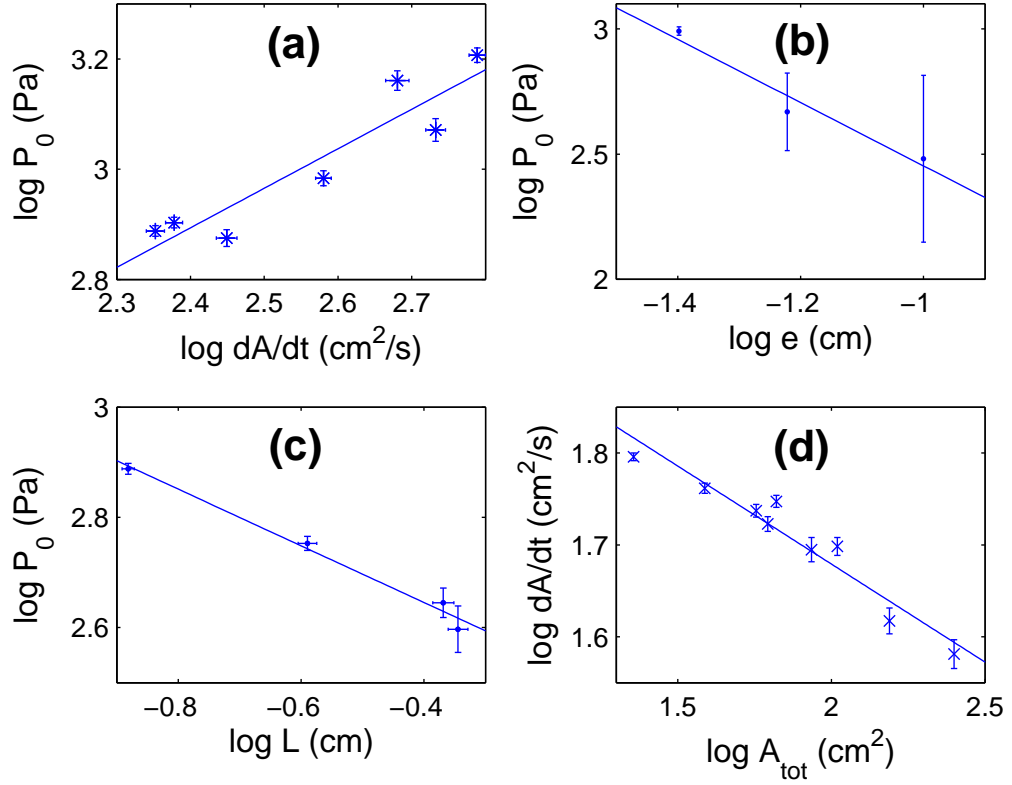


FIGURE 3.16 – (a), (b) et (c) Pression dans la bulle centrale, pour trois ensembles différents de paramètres. (a)  $P_0$  en fonction de  $dA/dt$ , avec les autres paramètres fixes :  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,132 \pm 0,001$  cm,  $A_{tot} = 149 \pm 14$   $\text{cm}^2$  ; (b)  $P_0$  en fonction de  $e$ , avec les autres paramètres fixes :  $dA/dt = 264 \pm 11$   $\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $L = 0,160 \pm 0,004$  cm,  $A_{tot} = 73 \pm 13$   $\text{cm}^2$  ; (c)  $P_0$  en fonction de  $L$ , avec les autres paramètres fixes :  $e = 0,06$  cm,  $dA/dt = 200,17 \pm 17$   $\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $A_{tot} = 173 \pm 9$   $\text{cm}^2$  ; (d) taux de croissance de la bulle centrale en fonction de l'aire de la mousse, avec les autres paramètres fixes :  $P_0 = 294 \pm 2$  Pa,  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,182 \pm 0,002$  cm. Les lignes droites sont des ajustements en loi de puissance d'exposant, respectivement, (a)  $0,7 \pm 0,1$  ; (b)  $-1,1 \pm 0,2$  ; (c)  $-0,51 \pm 0,05$  et (d)  $-0,21 \pm 0,02$ .



### 3.3.2 Transition entre le gonflage et la rupture

Expérimentalement on observe toujours deux comportements différents qui se produisent lorsque la pression de sollicitation augmente : gonflage ou rupture. La transition entre ces deux comportements est progressive : dans une certaine gamme de pression, ces deux différents processus se passent successivement, comme représentés sur la figure 3.17 : un peu de rupture au début autour de la bulle centrale, puis un gonflage normal qui se produit jusqu'à la fin d'expérience, lorsque la bulle centrale atteint le bord de la mousse. Nous avons reporté

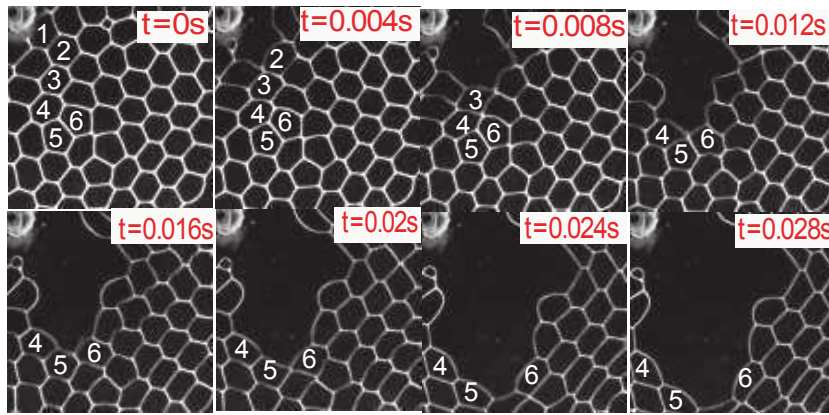


FIGURE 3.17 – Détail d'une mousse à différents instants, après le début de l'injection à  $t = 0$  s. On observe de la rupture au début jusqu'à  $t = 0,012$  s, puis du gonflage ( $t > 0,012$  s). Les bulles 1, 2, 3 éclatent, puis la bulle centrale gonfle par une succession de réarrangements plastiques, la bulle 4 s'éloigne de la bulle 6 (premier T1) et la bulle 5 s'éloigne de la bulle 6 (second T1).

les comportements observés (i) gonflage pur et sans rupture, (ii) rupture suivi de gonflage, (iii) rupture jusqu'au bord de la mousse, sur trois diagrammes de phase. Tous ces diagrammes ont pour ordonnée la pression imposée. Les deux premiers représentent l'influence du rayon des bulles, avec deux conditions différentes : soit le nombre de bulles constituant la mousse est fixe,  $N_{tot} = 291 \pm 5$  (figure 3.18a) ; soit la taille de mousse est fixe,  $A_{tot} = 160 \pm 4 \text{ cm}^2$  (figure 3.18b). Enfin, le troisième diagramme représente l'influence de l'épaisseur entre les deux plaques (figure 3.18c). D'après les deux premiers diagrammes, on remarque que



plus les bulles sont grosses, plus la mousse est fragile. De même, sur la figure 3.18c, on trouve que plus l'épaisseur entre les deux plaques augmente, moins la mousse résiste.

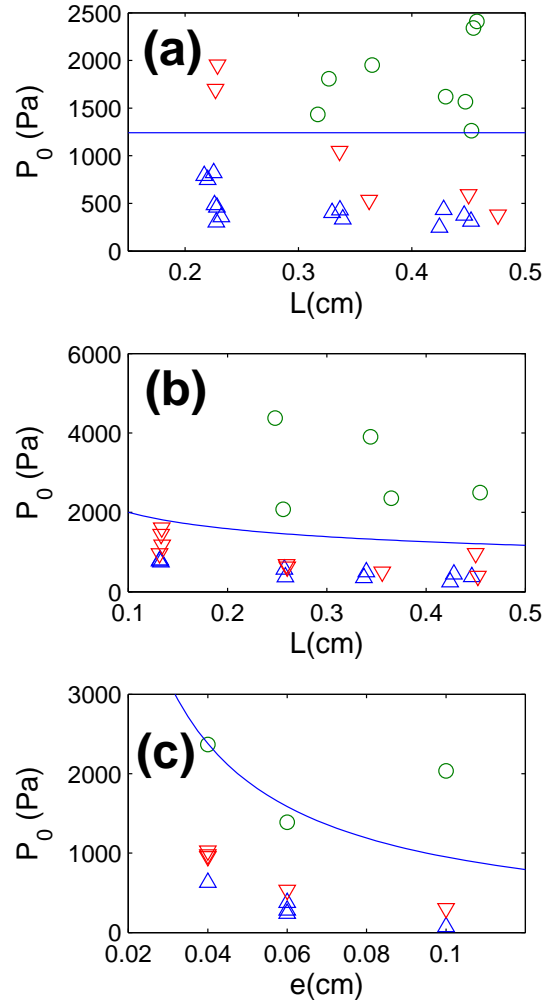


FIGURE 3.18 – Diagramme de phase du comportement de la mousse pour trois jeux de différents paramètres, tous avec le même rayon de courbure  $a = 0,024 \pm 0,002$  cm.  $\circ$  : ruptures ;  $\nabla$  : ruptures suivie par une phase de gonflement ;  $\triangle$  : gonflement pur. Les courbes sont les prédictions théoriques par l'équation (4.19). (a)  $P_0$  en fonction de  $L$  avec  $e = 0,06$  cm et  $N_{tot} = 291$ , (b)  $P_0$  en fonction de  $L$  avec  $e = 0,06$  cm et  $A_{tot} = 160 \pm 4$  cm<sup>2</sup>, et (c)  $P_0$  en fonction de  $e$  avec  $L = 0,153$  cm,  $A_{tot} = 93$  cm<sup>2</sup>.

### 3.3.3 Ouverture digitée de la bulle centrale

Nous avons vu qu'à basse vitesse la bulle centrale reste elliptique en régime quasistatique, sans effets visqueux (figure 3.1). Pour des vitesses élevées, on observe un régime très différent. On trouve que la bulle centrale a une forme digitée, qui consiste en un nombre de doigts qui se séparent répétitivement en deux, c'est-à-dire qu'un doigt nouvellement formé se déstabilise de nouveau en deux au bout d'un certain temps. Ce processus de digitation est difficile à quantifier précisément, car il existe une incertitude significative sur l'instant d'apparition de la séparation de doigts, notamment en raison de la nature discrète du réseau sous-jacent de bulles. Nous avons choisi de mesurer la largeur des doigts sur l'image juste avant que le doigt ne se déstabilise de nouveau, comme représenté sur la figure 3.19. Nous estimons une incertitude relative sur cette mesure de 20 %. Nous n'avons pas obtenu des statistiques suffisantes pour effectuer la même étude paramétrique que dans la section 3.3.1. Cependant, nous avons observé que  $l_c$  augmente avec l'aire de la bulle centrale tous paramètres fixés par ailleurs, comme le montre la figure 3.20.

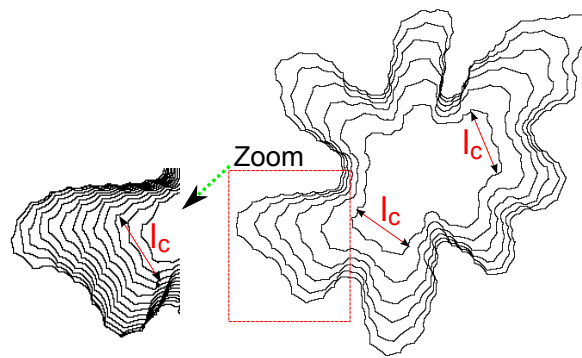


FIGURE 3.19 – Superposition de la frontière extérieure de la bulle centrale à des instants successifs, pour  $t = 0,46$  ;  $0,70$  ;  $0,94$  ;  $1,18$  ;  $1,42$  et  $1,66$  s. Chaque extrémité de doigt qui s'aplatit se divise en deux nouveaux doigts, nous mesurons sa largeur juste avant qu'il se divise en deux et nous l'identifions comme la distance caractéristique  $l_c$ , ici, sur trois cas.

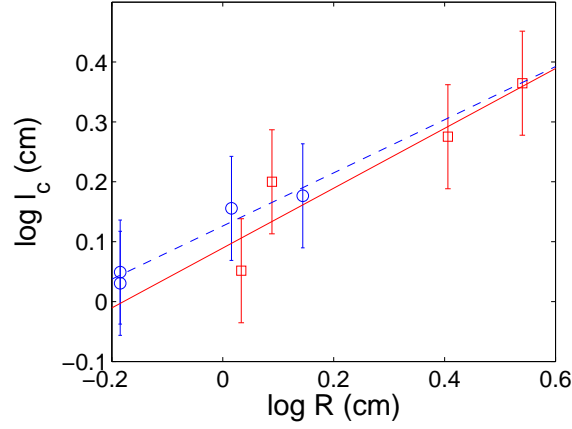


FIGURE 3.20 – Largeur de doigt en fonction du rayon effectif de la bulle centrale  $R = \sqrt{A/\pi}$ , avec les paramètres : ((□))  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,148 \pm 0,011$  cm,  $dA/dt = 234 \pm 21$  cm<sup>2</sup>/s; (o)  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,334 \pm 0,004$  cm,  $dA/dt = 196 \pm 1$  cm<sup>2</sup>/s. Les points expérimentaux (□) sont ajustés par une droite avec une loi de puissance  $0,50 \pm 0,15$ , et les points (o) avec  $0,44 \pm 0,08$ .

## 3.4 Réponse visqueuse pour des interfaces rigides

### 3.4.1 Comparaison entre interfaces fluides et rigides

De même qu'avec la solution SDS, nous avons tracé pour le mélange SLES/CAPB /MAc l'aire de la bulle centrale en fonction du temps. Pour comparer le comportement des interfaces fluides et rigides, nous avons choisi deux expériences avec les deux type de surfactants, sous les mêmes paramètres fixés :  $e = 0,06$  cm ;  $a = 0,024 \pm 0,002$  cm ;  $L = 0,21 \pm 0,01$  cm ; et  $P_0 = 472 \pm 16$  Pa. Nous avons tracé l'aire de la bulle centrale en fonction de temps dans les deux cas sur la figure 3.21. On remarque à partir de ces courbes que les interface rigides (le mélange SLES/CAPB/MAc) frottent plus que les interfaces mobiles (la solution de SDS), puisque l'évolution temporelle de l'aire  $A(t)$  dans le cas des interfaces mobile est plus rapide que celle des interfaces rigides. Cette différence d'évolution vient du fait que dans le cas des interfaces mobiles, le gradient de vitesse est localisé seulement entre le pseudo-bord de Plateau et le film de lubrification, alors que dans le cas des interfaces rigides, le mouvement de translation se fait en bloc et

l'interface liquide-gaz glisse à la vitesse de la bulle, ce qui cisaille l'ensemble du film de lubrification (voir aussi section 1.4.1).

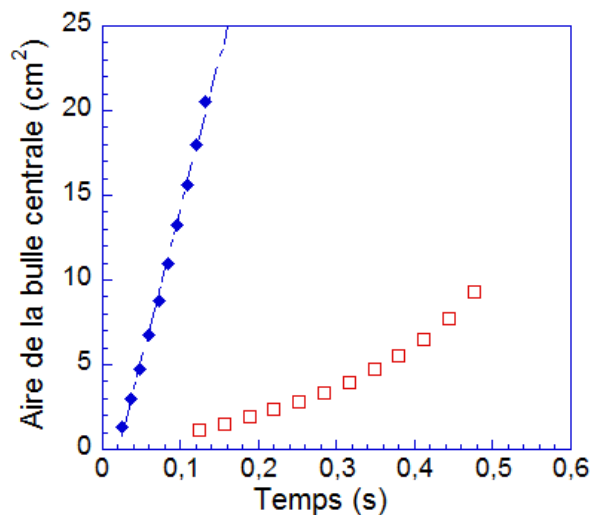


FIGURE 3.21 – Deux exemples de l'évolution temporelle de l'aire de la bulle centrale  $A(t)$  dans le régime gonflage pur pour la solution de SDS (◆) et le mélange SLES/CAPB/MAC (□).

### 3.4.2 Valeur de la pression dans la phase gonflage

Nous avons étudié la dépendance de chacun des quatre paramètres de contrôle  $L$ ,  $e$ ,  $A_{tot}$  et  $dA/dt$  en fixant les trois autres à tour de rôle, comme en section 3.3 (figure 3.22). Comme dans le cas où on travaille avec une solution de SDS, il est difficile de faire varier indépendamment et sur une large gamme ces paramètres de contrôle. Nos mesures pour le mélange SLES/CAPB/MAC montrent les tendances suivantes : (a) la pression croît en fonction de la vitesse de gonflement de la bulle centrale, (b) la pression décroît lorsque l'écartement des deux plaques augmente, (c) la vitesse de gonflage décroît lorsque la taille de la mousse augmente, (d) la pression décroît lorsque la taille des bulles augmente. Nous avons ajusté ces points expérimentaux par des lois de puissance, d'exposant respectif : (a)  $0,51 \pm 0,05$ , (b)  $-1,2 \pm 0,3$ , (c)  $-2,2 \pm 0,5$  et (d)  $-1,4 \pm 0,2$ .

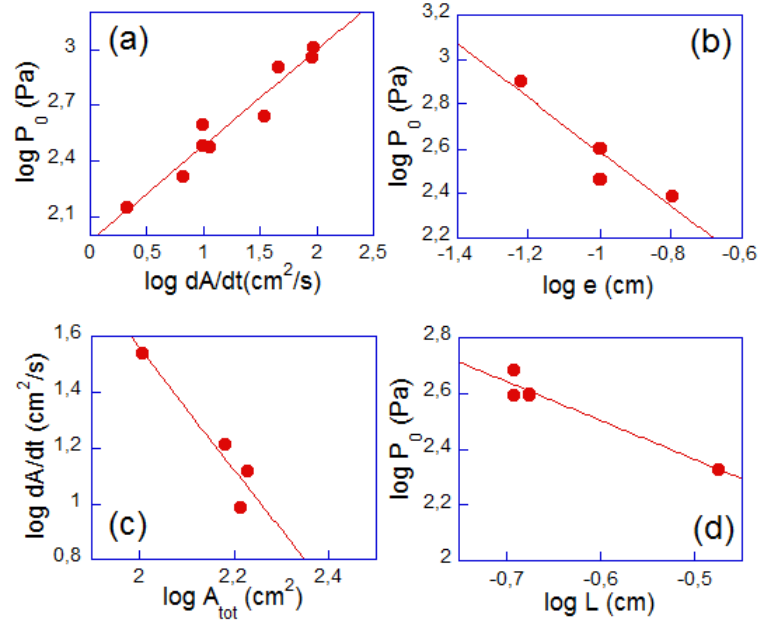


FIGURE 3.22 – (a), (b) et (d) Pression dans la bulle centrale en fonction des différents paramètres. (a)  $P_0$  en fonction de  $dA/dt$ , avec les autres paramètres fixes :  $e = 0,06$  cm,  $L = 0,175 \pm 0,004$  cm,  $A_{tot} = 106 \pm 13$  cm<sup>2</sup> ; (b)  $P_0$  en fonction de  $e$  avec les autres paramètres fixes :  $dA/dt = 36 \pm 10$  cm<sup>2</sup>/s,  $L = 0,134 \pm 0,02$  cm,  $A_{tot} = 84 \pm 9$  cm<sup>2</sup> ; (d)  $P_0$  en fonction de  $L$  avec les autres paramètres fixes :  $dA/dt = 15 \pm 3$  cm<sup>2</sup>/s,  $e = 0,06$  cm,  $A_{tot} = 140 \pm 43$  cm<sup>2</sup> ; (c) taux de croissance de la bulle centrale en fonction de l'aire de la mousse avec les autres paramètres fixes :  $e = 0,06$  cm,  $P_0 = 406 \pm 21$  Pa,  $L = 0,21 \pm 0,02$  cm. Les lignes droites sont des ajustements en loi de puissance d'exposant, respectivement, (a)  $0,51 \pm 0,05$ , (b)  $-1,2 \pm 0,3$ , (c)  $-2,2 \pm 0,5$  et (d)  $-1,4 \pm 0,2$ .

## 3.5 Critères de vitesse critique sur les fractures ductile et fragile

### 3.5.1 Vitesse maximale de déplacement de fracture ductile

Selon l'idée proposée par Arif et al. [62], le seuil de rupture est caractérisé par un critère local, la vitesse maximale que peut supporter un film sans casser. En cas de ruptures suivies par du gonflement, nous avons mesuré la vitesse du film autour de la bulle centrale : sur les images juste après les dernières ruptures de

film où on est encore proche de seuil de rupture, on mesure le déplacement du film qui gonfle juste après la rupture. Nous considérons que cette vitesse est la vitesse maximale que peut atteindre un film sans qu'il ne casse. Ce paramètre local semble être très bien corrélé au rapport  $a/L$ , comme montré sur la figure 3.23, et il est indépendant des autres paramètres.

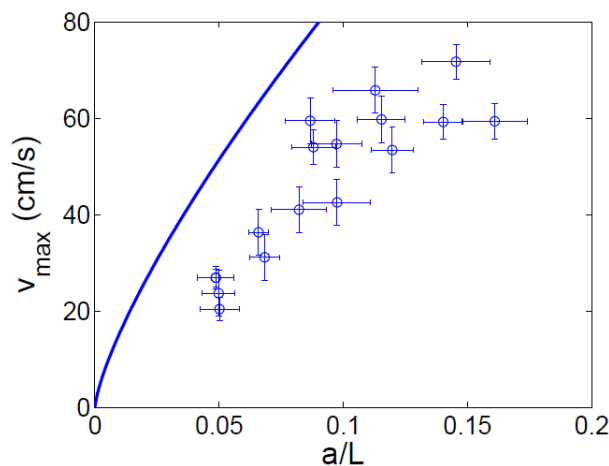


FIGURE 3.23 – Vitesse maximale des films en fonction de  $a/L$ . La courbe est la prédiction théorique (4.17).

### 3.5.2 Vitesse minimale de propagation de fracture fragile

Arif et al. [62] ont aussi proposé un critère de vitesse minimale de propagation d'une fissure fragile :  $v_{min} = 0,05 \times [\phi_\ell(a + e)]^{-0,5}$ , basé sur un critère de propagation supersonique. Ils considèrent que dans un écoulement 2D entre deux plaques, seuls les bords de Plateau verticaux bougent, alors que les bords horizontaux en contact avec les plaques restent immobiles. Nous avons appliqué leur critère avec nos mesures expérimentales de la vitesse minimale de la fissure fragile (figure 3.24a). Nous avons mesuré la vitesse minimale de propagation de fracture fragile à partir des expériences où on est proche du seuil de rupture dans la transition rupture suivie de gonflage. On trouve un écart avec le critère d'Arif et al. : les vitesses minimales dans nos expériences sont très inférieures à leurs

prédictions théoriques.

En fait, dans nos expériences, le temps  $t$  à partir du début de l'injection est très court. Par conséquent, le liquide contenu dans les bords de Plateau horizontaux, en contact avec les plaques, est mis en mouvement impulsif. Ce mouvement est contrecarré par la condition d'adhérence du liquide aux plaques, mais cette condition n'est transmise au liquide que sur une distance  $\sqrt{\nu t}$ , qui correspond à la diffusion visqueuse, avec  $\nu$  la viscosité cinématique. Or dans nos expériences,  $a \approx 2 \cdot 10^{-4}$  m est généralement supérieur à  $\sqrt{\nu t} \approx 10^{-4}$  m avec ( $t \approx 10^{-2}$  s la durée caractéristique d'une expérience), donc une grande partie du liquide contenu dans les bords de Plateau horizontaux est mise en mouvement. Nous pouvons donc adapter le critère d'Arif et al. en utilisant la vitesse du son dans une mousse 2D dans l'hypothèse où l'ensemble du liquide est mis en mouvement. Cette vitesse a été prédite par Schwartz et Princen [71],

$$v_{min} = \left( 6\gamma \times \frac{1}{\phi_\ell L} \right)^{0,5}. \quad (3.4)$$

Cette vitesse correspond effectivement bien mieux à nos mesures (figure 3.24b).

## 3.6 Étude descriptive de la fracture branchée

Nous proposons maintenant une étude préliminaire du régime de fracture fragile branchée, en décrivant quelques informations morphologiques sur les branches. Pour l'instant, nous n'avons pas de cadre théorique pour expliquer nos observations.

### 3.6.1 Evolution de la longueur

Nous avons étudié dans le régime fragile l'évolution de la longueur en fonction du temps pour des expériences qui présentent plusieurs branches de fractures. Pour ces expériences, on dénombre le nombre des branches, et nous avons calculé

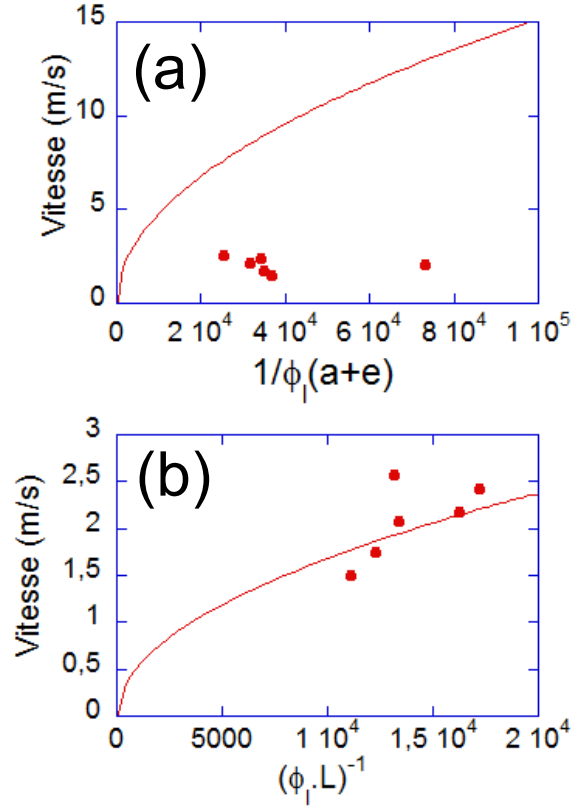


FIGURE 3.24 – (a) Vitesse minimale expérimentale en fonction du paramètre  $1/\phi_\ell(1 + e)$ . La courbe rouge présente la théorie de vitesse minimale d’Arif et al. . (b) Vitesse minimale expérimentale en fonction du paramètre  $1/\phi_\ell L$ . La courbe rouge représente le critère de vitesse minimale (3.4).

la longueur de chaque branche à un instant  $t$  donné. Nous constatons que la longueur augmente au cours du temps, de façon sous-linéaire (figure 3.25).

### 3.6.2 Estimation de la vitesse des fractures fragiles branchées

Selon le même principe que le calcul de la vitesse minimale de la fracture fragile dans une seule direction (section 3.5.2), nous avons effectué la mesure de la vitesse minimale de chaque branche dans des expériences branchées pour trois



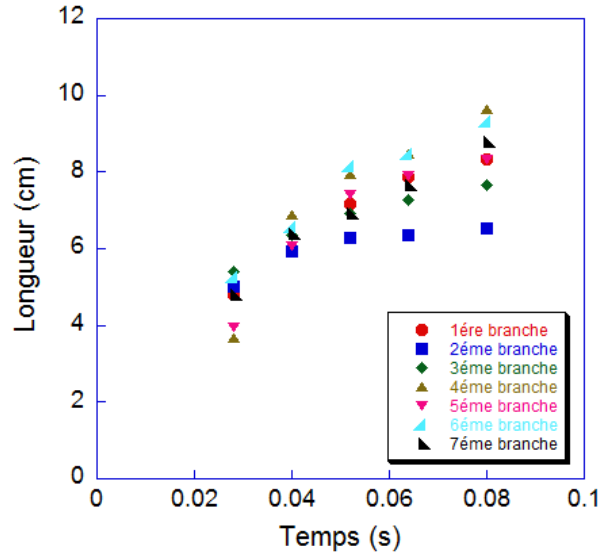


FIGURE 3.25 – Évolution de la longueur des fractures au cours du temps pour une expérience à  $P_0 = 60$  kPa.

pressions : 3,3; 6,0; 60 kPa. Nous remarquons que la vitesse minimale varie peu entre différentes branches et différentes pressions (figure 3.26). Les ordres de grandeur obtenus sur les vitesses minimales sont en accord avec ceux trouvés pour les expériences avec une simple rupture (figure 3.24b).

### 3.6.3 Statistique d'embranchement

#### Longueur caractéristique entre deux embranchements

Nous avons déterminé le nombre d'embranchements (lorsqu'une branche se subdivise en deux branches) par unité de longueur de branche, en fonction du temps (figure 3.27). Nous remarquons que la moyenne du nombre d'embranchements par unité de longueur de branche ne change pas significativement au cours du temps, ce qui suggère une longueur caractéristique entre deux embranchements successifs.

Il est aussi intéressant de quantifier l'évolution du degré d'embranchement sur des expériences à différentes pressions (figure 3.28). Nous avons représenté alors des histogrammes du degré d'embranchement qui montrent la façon dont on peut

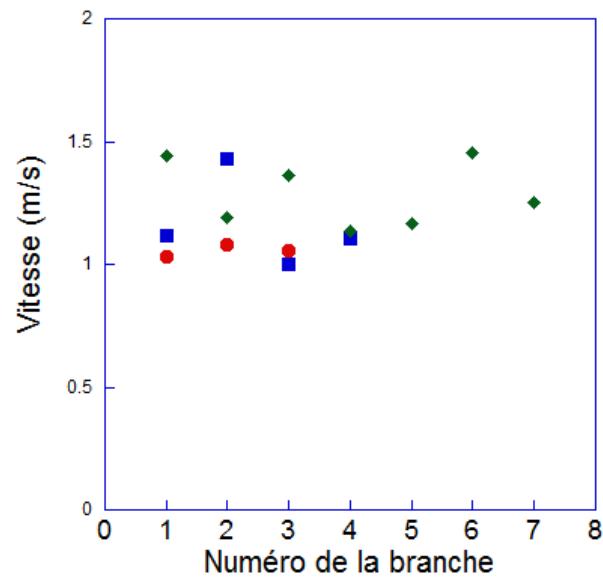


FIGURE 3.26 – Vitesse minimale de la fracture fragile pour différentes branches pour trois pressions, ● 3,3 kPa ; ■ 6,0 kPa, et ◆ 60 kPa.

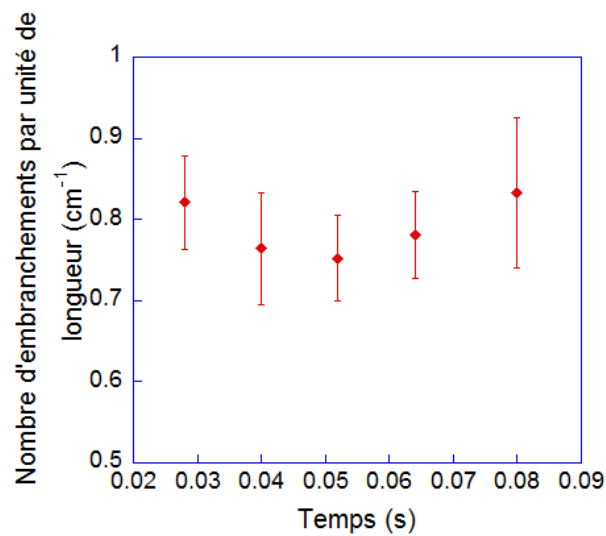


FIGURE 3.27 – Moyenne du nombre d'embranchements par unité de longueur en fonction du temps sur l'expérience à 60 kPa.

quantifier le degré d'embranchement quand la pression augmente (figure 3.29). Les fractures dites primaires sont celles qui partent de la buse, celles dites secondaires sont celles qui partent de fractures primaires, ect. Ces figures montrent clairement

que plus la pression augmente, plus le degré d'embranchement est important.

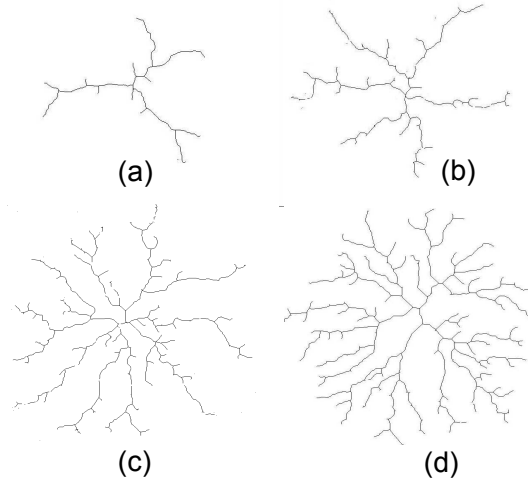


FIGURE 3.28 – Évolution du degré d'embranchement selon la pression d'injection. (a) 3,3 kPa, (b) 6,0 kPa, (c) 60 kPa, (d) 120 kPa.

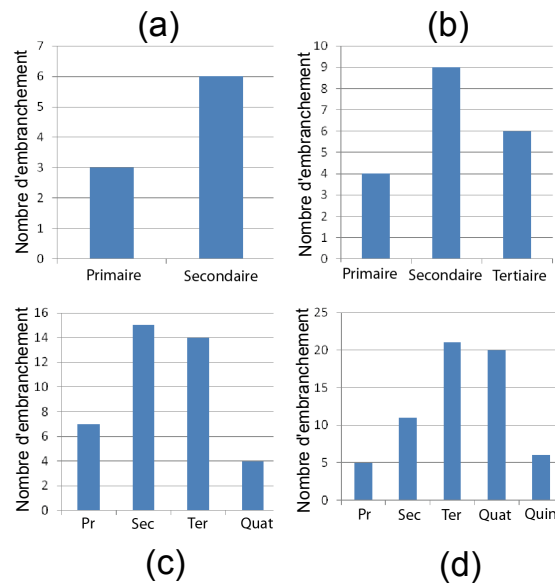


FIGURE 3.29 – Histogrammes du degré d'embranchement. (a) 3,3 kPa, (b) 6,0 kPa, (c) 60 kPa, (d) 120 kPa.



## Chapitre 4

# Réponse d'une mousse soumise à une injection d'air localisée : modélisation et comparaison avec les expériences

Dans ce chapitre, le but est de trouver des modèles théoriques qui permettent d'expliquer tous les résultats expérimentaux trouvés dans le chapitre 3. Le premier modèle prédit la pression de la bulle centrale qui tend à ouvrir la mousse en régime gonflage. Le deuxième modèle explique le critère de rupture lors d'un écoulement. Le troisième modèle est basé sur une analyse de stabilité pour expliquer la forme digitée de la bulle centrale au cours de l'injection d'air.

### 4.1 Bilan des forces qui agissent sur la mousse

Lorsque la mousse est poussée dans la cellule de Hele-Shaw, le mouvement des bulles est régi par différentes forces : le gradient de pression  $\nabla p$ , le frottement visqueux externe décrit en section 1.4.1, agissant sur le ménisque d'eau en contact avec les plaques de verre, et les contraintes internes viscoélastoplastiques dans la

mousse,  $\tau$ . Le nombre total des bulles dans la mousse n'est pas très grand, de l'ordre de  $10^3$  bulles, mais nous avons quand même modélisé la mousse comme un milieu continu. L'équation du mouvement dans la mousse s'écrit alors :

$$\rho_f \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \mathbf{f}'_v + \nabla \cdot \tau, \quad (4.1)$$

avec  $\rho_f$  la densité de la mousse et  $\mathbf{f}'_v$  la force volumique effective de la friction externe :  $\mathbf{f}'_v = \mathbf{F}_v/e$  avec  $\mathbf{F}_v$  la force de friction externe par unité de surface de la mousse.

#### 4.1.1 Force de friction externe

Nous avons vu, dans la section 1.4, que l'écoulement des mousses dans les milieux confinés est régi par la friction entre les bulles et les parois confinantes. Pour une mousse avec différentes orientations des bords de Plateau, seule la longueur projetée du bord de Plateau dans la direction perpendiculaire à la vitesse doit être considérée [72]. La longueur totale projetée des bords de Plateau par unité de surface (en comptant les bords de Plateau supérieurs et inférieurs), pour une bulle hexagonale est  $\alpha_h/L$ , avec  $\alpha_h \approx 1,31$  [46]. À partir de ces conditions, la force de friction externe par unité de surface s'écrit :

$$\mathbf{F}_v = \frac{\alpha_h}{L} \mathbf{f}_v = -\frac{\alpha_h}{L} \gamma \kappa \left(\frac{a}{L}\right)^{m_a} Ca^m \frac{\mathbf{v}}{v}. \quad (4.2)$$

Vu qu'il n'y a pas une expression de force de friction exacte (voir section 1.4.1), toutes les comparaisons avec les données expérimentales seront effectuées en utilisant l'équation empirique donnée par Raufaste et al. [46],  $\kappa = 6, 8$  and  $m_a = -0, 5$ , vu qu'on travaille avec la même géométrie de mousse 2D.

#### 4.1.2 Contraintes internes dans la mousse

La mousse stocke des contraintes élastiques lorsque les bulles se déforment. L'ordre de grandeur de cette contrainte est  $\gamma/L$ . Avec  $R$  la taille typique de

la bulle centrale, la divergence des contraintes est donc d'ordre de grandeur :  $\nabla \cdot \tau \approx \gamma/LR$ . Ce terme dépasse la friction externe en dessous d'une vitesse  $v'$  telle que  $\gamma/LR = F_v/e$ . On estime la valeur de  $v'$  : à partir de la figure 3.23,  $a/L \approx 0,1$  donc l'équation (4.2) donne numériquement  $F_v \approx 29\gamma\text{Ca}^{2/3}/L$ , ce qui donne :  $v' = \gamma(e/29R)^{3/2}/\eta$ . Si on prend  $e \approx 1$  mm, on calcule  $v' \approx 6$  mm/s pour  $R \approx 1$  cm. La valeur de  $v'$  donne un critère simple de transition entre le régime élastoplastique (section 3.1.1) et le régime dominé par le frottement (section 3.1.2). Par conséquent, si  $v \ll v'$ , la mousse réagit élastoplastiquement (figure 3.1), alors que si  $v \gg v'$ , la réponse de mousse est visqueux. Toutes les expériences présentées dans la section 3.3 sont à une vitesse beaucoup plus grande, de l'ordre de 10 cm/s. Elle sont donc dans le régime dominé par le frottement aux parois.

La contrainte visqueuse interne vaut, d'après Denkov et al. [44] :

$$\tau_v = 1,16\gamma\text{Ca}'^{0,47}(1 - \phi_\ell)^{5/6}(0,26 - \phi_\ell)^{0,1}\phi_\ell^{-0,5}/L,$$

avec  $\text{Ca}' = \eta\dot{\gamma}L/\gamma$ , où  $\dot{\gamma}$  est le taux de déformation de la mousse : ici  $\dot{\gamma} \approx v/R$ , donc avec  $\phi_\ell = 3\%$ ,  $\tau_v \approx 6\gamma\text{Ca}'^{0,47}/L$ . Le rapport de la contrainte visqueuse interne avec la friction externe donne donc :  $(\tau_v/R)/(F_v/e) \approx 0,2e\text{Ca}'^{0,47}/R\text{Ca}^{2/3}$ . À une vitesse de 10 cm/s, typiques dans nos expériences, ce rapport est égal à 0,04, et il dépend très faiblement de la vitesse.

Par conséquent, les contraintes visqueuses interne et élastiques sont négligeables dans nos expériences, et les effets de dissipation dus à la friction bulle/mur dominant. Il s'agit d'une grande différence avec le modèle de Coussot [56] d'un écoulement radial d'un fluide à seuil dans une cellule de Hele-Shaw, où la dissipation provient de contraintes visqueuses internes résultant de gradients de vitesse dans l'épaisseur de la cellule.

### 4.1.3 Inertie

L'ordre de grandeur des vitesses dans nos expériences étant plus grand que pour la plupart des expériences existantes sur la rhéologie des mousses, on peut se demander si l'inertie est importante. L'ordre de grandeur de l'inertie est  $\rho_f v^2 / R$ . Par conséquent, le rapport de l'inertie et la force de friction s'écrit :  $(\rho_f v^2 / R) / (F_v / e) \approx 0,06$  avec  $v = 0,8$  m/s la plus grande vitesse (Fig. 3.23) qu'on trouve dans nos expériences. Par conséquent, l'inertie est négligeable.

En résumé, dans nos expériences avec la solution de SDS, la seule source de dissipation provient donc de la friction entre les bulles et les plaques. Pour la solution de SLES/CAPB/MAC, on n'a pas refait tout les mêmes vérifications, car on sait que la force de friction externe est beaucoup plus forte qu'avec le SDS, donc a fortiori qu'elle sera aussi dominante.

## 4.2 Le champ de pression dans la mousse

### 4.2.1 Équations générales

Dans cette section nous présentons un modèle théorique développé par Isabelle Cantat et Benjamin Dollet, qui nous permet de prédire la pression de la bulle centrale qui tend à ouvrir la mousse en se basant sur la dissipation. On suppose que la bulle centrale s'ouvre d'une façon radiale avec un rayon  $R$  qui varie au cours de temps. La notation  $X^{(0)}$  fait référence à cette approximation radiale, la correction induite par la digitation sera l'objectif de la section 4.4 ;  $p^{(0)}$  est la pression, qui ne dépend que de  $r$  par symétrie radiale, et  $\mathbf{v}^{(0)} = v_r^{(0)}(r)\mathbf{e}_r$  en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , avec  $\mathbf{e}_r$  le vecteur unitaire radial. L'axisymétrie et l'incompressibilité suffisent à déterminer le champ de vitesse :  $\mathbf{v}^{(0)} = q\mathbf{e}_r/r$ , avec  $q = Q/2\pi e$ . La force de friction externe est déterminée par l'équation (4.2), nous conduisant à :

$$\mathbf{F}_v = -e\xi v^{m-1}\mathbf{v}, \quad (4.3)$$



avec :

$$\xi = \frac{\alpha_h}{eL} \gamma \kappa \left( \frac{a}{L} \right)^{m_a} \left( \frac{\eta}{\gamma} \right)^m. \quad (4.4)$$

Par conséquent la force volumique de friction externe s'écrit :  $\mathbf{f}_v^{(0)} = -\xi(q/r)^m \mathbf{e}_r$ .

Nous supposons que la contrainte visco-élastique dans la mousse est donnée par une loi de Herschel-Bulkley sous forme tensorielle [56] :

$$\tau = \left[ \frac{\tau_c}{\sqrt{\text{Tr}(\mathbf{D}^2)/2}} + \frac{2^n K}{((\text{Tr}(\mathbf{D}^2)/2)^{(1-n)/2}} \right] \mathbf{D}, \quad (4.5)$$

avec  $\mathbf{D} = (\nabla \mathbf{v} + {}^t \nabla \mathbf{v})/2$  le tenseur taux de déformation. En coordonnées polaires, les composantes du tenseur taux de déformation s'écrivent :

$$\begin{aligned} D_{rr} &= \frac{\partial v_r}{\partial r}, \\ D_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - v_\theta \right) + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right], \\ D_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

D'après l'expression de  $v^{(0)}$ , on calcule  $D_{rr}^{(0)} = -D_{\theta\theta}^{(0)} = -q/r^2$  et  $D_{r\theta}^{(0)} = 0$ . En reportant dans l'équation (4.5) nous obtenons les contraintes à l'ordre 0 :  $\tau_{rr}^{(0)} = -\tau_{\theta\theta}^{(0)} = -\tau_c - K(2q/r^2)^n$ , et  $\tau_{r\theta}^{(0)} = 0$ .

La composante  $r$  de l'équation de mouvement (4.1) s'écrit :

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial r} + f'_{v,r} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r}. \quad (4.7)$$

À l'ordre 0, on a donc :

$$\frac{\partial p^{(0)}}{\partial r} = -\xi \left( \frac{q}{r} \right)^m - \frac{2\tau_c}{r} + 2(n-1)K \frac{(2q)^n}{r^{2n+1}}.$$

La différence de pression entre la bulle centrale et la mousse est la pression de Laplace :  $P_0 - p^{(0)}(r = R) = \gamma \mathcal{C}$ , où  $\mathcal{C}$  est la courbure de l'interface entre la mousse

et la bulle centrale, et  $\Delta p$  la pression de Laplace. Nous supposons que l'interface interne n'est pas courbée à l'échelle des bulles individuelles dans la mousse, donc dans la géométrie radiale :  $\mathcal{C} = 1/R$ . Négliger la courbure réelle des bulles de la mousse en contact avec la bulle centrale induit un décalage dans la pression, mais ceci permettra de rendre compte correctement des effets de stabilité dans l'analyse ultérieure des doigts (section 4.4). De même, à la limite externe de la mousse, la condition aux limites est  $p^0(r = r_{ext}) = \gamma/r_{ext}$ . Avec ces conditions aux limites, le champ de pression s'écrit :

$$p^0 = \frac{\xi q^m}{1-m} (r_{ext}^{1-m} - r^{1-m}) + 2\tau_c \ln \left( \frac{r_{ext}}{r} \right) + \frac{1-n}{n} K (2q)^n \left( \frac{1}{r^{2n}} - \frac{1}{r_{ext}^{2n}} \right) + \frac{\gamma}{r_{ext}}, \quad (4.8)$$

d'où la prédiction de la pression dans la bulle centrale :

$$P_0 = \frac{\xi q^m}{1-m} (r_{ext}^{1-m} - R^{1-m}) + 2\tau_c \ln \left( \frac{r_{ext}}{R} \right) + \frac{1-n}{n} K (2q)^n \left( \frac{1}{R^{2n}} - \frac{1}{r_{ext}^{2n}} \right) + \gamma \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{r_{ext}} \right). \quad (4.9)$$

## 4.2.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux

### Interfaces mobiles

D'après ce qu'on a vérifié dans la section 4.1, les effets de friction externe dominant pour la dissipation dans la mousse. Par conséquent, (4.9) se simplifie en :

$$P_0 \simeq \frac{\xi q^m}{1-m} (r_{ext}^{1-m} - R^{1-m}). \quad (4.10)$$

Par définition,  $q = \dot{A}/2\pi$  avec  $\dot{A} = dA/dt$  la variation de l'aire de la bulle centrale au cours du temps, donc :

$$\dot{A} = 2\pi \left[ \frac{(1-m)P_0}{\xi (r_{ext}^{1-m} - R^{1-m})} \right]^{1/m}.$$

Or,  $R = \sqrt{A/\pi}$  et  $A + A_{\text{tot}} = \pi r_{\text{ext}}^2$ , donc nous obtenons l'équation différentielle :

$$\dot{A} = 2\pi^{(1+m)/2m} \left\{ \frac{(1-m)P_0}{\xi[(A + A_{\text{tot}})^{(1-m)/2} - A^{(1-m)/2}]} \right\}^{1/m}. \quad (4.11)$$

Au début du gonflage,  $A \ll A_{\text{tot}}$ ,  $\dot{A}$  s'écrit donc :

$$\dot{A} \simeq 2\pi^{(1+m)/2m} \left[ \frac{(1-m)P_0}{\xi A_{\text{tot}}^{(1-m)/2}} \right]^{1/m} = \beta. \quad (4.12)$$

On prédit donc que l'aire de la bulle centrale croît linéairement avec le temps, en accord avec les expériences (Fig. 3.15). Le développement limité de l'équation (4.12)  $A/A_{\text{tot}}$ ,  $\dot{A} \simeq \beta[1 + (A/A_{\text{tot}})^{(1-m)/2}/m]$ , avec  $m = 2/3$ , donne :

$$A \simeq \beta t \left[ 1 + \frac{9}{7} \left( \frac{\beta t}{A_{\text{tot}}} \right)^{1/6} \right]. \quad (4.13)$$

Cette correction explique quantitativement la légère augmentation de  $\dot{A}$  qu'on observe expérimentalement (encart de la figure 3.15).

En reportant (4.4) dans (4.12), nous obtenons  $\dot{A} \propto \Delta P^{1/m} A_{\text{tot}}^{-(1-m)/2m} e^{1/m} L^{(1+m_a)/m}$ , donc avec  $m = 2/3$  et  $m_a = -0,5$ ,  $P_0 \propto \dot{A}^{2/3} A_{\text{tot}}^{1/6} e^{-1} L^{-0,5}$ . Les exposants théoriques les paramètres  $dA/dt$ ,  $e$ ,  $L$  sont respectivement  $2/3$ ,  $-1$ ,  $-1/2$ , en accord avec les valeurs expérimentales  $0,68$ ,  $-1,12$ ,  $-0,51$  trouvées sur la figure 3.16. Par ailleurs, on prédit  $\dot{A} \propto A_{\text{tot}}^{-1/4}$ , en accord avec l'exposant expérimental  $-0,21$  trouvé sur la figure 3.16d.

Par contre, lorsqu'on trace la pression expérimentale en fonction de la pression théorique (figure 4.1), on trouve un écart d'un facteur 4. Ceci est probablement dû au fait que la bulle centrale s'ouvre de façon non radiale dans les expériences. Cependant, le bon accord sur les exposants confirme que nous avons incorporé les bons ingrédients dans notre modèle sur l'ouverture de la bulle centrale, notamment la dissipation bulle/mur.

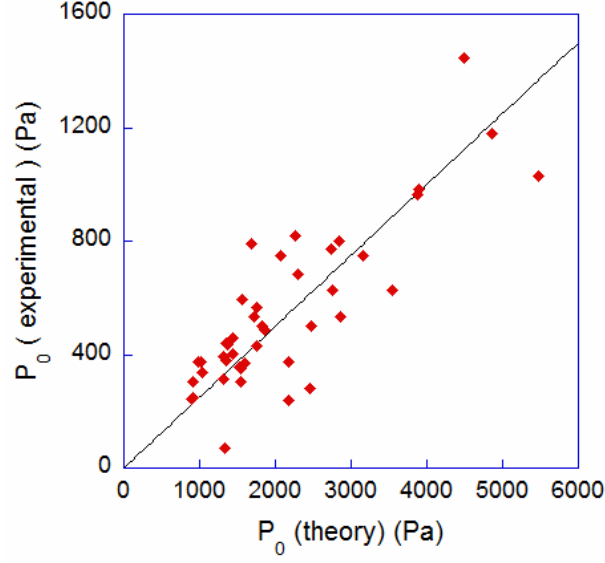


FIGURE 4.1 – Valeur expérimentale de la pression, en fonction de la valeur théorique donnée par l'équation (4.10). La droite est la ligne d'ajustement linéaire, de pente  $0,25 \pm 0,01$ .

### Interfaces rigides

Dans le cas des interfaces rigides, la force de friction externe s'écrit, d'après Denkov et al. [26] :

$$\mathbf{F}_v = -e\xi v^{m-1} \mathbf{v}, \quad (4.14)$$

avec :

$$\xi = \frac{\gamma}{eL} \left( \frac{\eta}{\gamma} \right)^m G(\phi_\ell), \quad (4.15)$$

où  $G(\phi_\ell) = 1 - 3,2[\phi_\ell/(1 - \phi_\ell) + 7,7]^{1/2}$  est une fonction qui dépend de la fraction liquide. À partir de cette équation de la force de friction, l'équation (4.12) s'écrit :

$$\dot{A} \approx \left[ \frac{P_0}{\frac{\gamma^{1/2}}{eL} \eta^{1/2} G(\phi_\ell) A_{tot}^{1/4}} \right]^2 \propto P_0 e^2 L^2 A_{tot}^{-1/2}, \quad (4.16)$$

à  $\phi_\ell$  donné. Les exposants théoriques pour l'ensemble des paramètres ( $dA/dt$ ,  $e$ ,  $L$ ,  $A_{tot}$ ) sont respectivement  $(1/2, -1, -1, -1/2)$ . On trouve des paramètres en bon accord avec les valeurs expérimentales, pour la vitesse d'ouverture avec

l'exposant  $0,5 \pm 0,05$  expérimentalement, et pour l'écartement entre les plaques avec un exposant  $-1,2 \pm 0,3$ . Pour les deux autres paramètres, taille des bulles et taille de la mousse, l'accord n'est pas bon ; ceci dit, la gamme étudiée sur ces deux paramètres est très petite, on ne peut donc pas être très concluant leur variation précise.

### 4.3 Critère de rupture

Pour la mousse confinée, la rupture d'un film entre deux plaques se produit lorsque le film, se déplaçant à une certaine vitesse, est incapable de tirer ses bords de Plateau à la même vitesse. Lorsque la vitesse d'écoulement augmente, il y a une création d'une force de friction entre le ménisque d'eau et la plaque de verre. Lorsque le film frotte sur une paroi, il se courbe avec un angle  $\alpha$  (voir la figure 4.2), car cela permet de compenser, avec la tension superficielle, la force visqueuse qui s'applique sur le bord de Plateau au contact de la paroi. Le bilan des forces correspondant s'écrit  $f_v = 2\gamma \sin \alpha$ . Donc la force maximale par unité

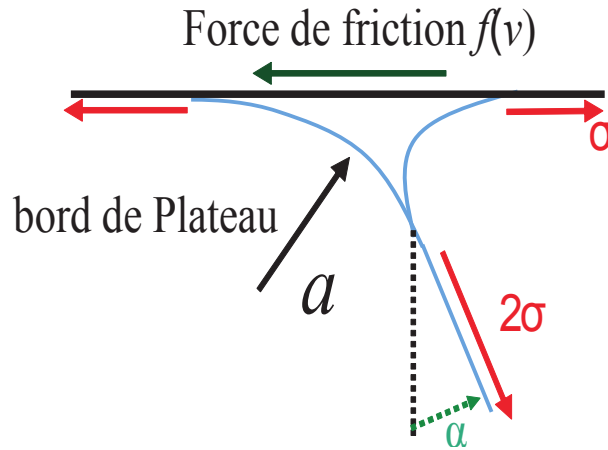


FIGURE 4.2 – Représentation schématique de la force de friction entre le ménisque et la plaque de verre.

de longueur de film qui peut être exercée sur un bord de Plateau est  $2\gamma$ , donc le seuil de rupture est défini par  $2\gamma = f_v(v)$  [73]. Dans notre géométrie, cela conduit

à un critère très simple de rupture, exprimé en fonction de la vitesse locale à la frontière de la bulle centrale :

$$v_{rup} = \left( \frac{2}{K} \right)^{1/m} \frac{\gamma}{\eta}. \quad (4.17)$$

Cette loi est tracée sur la figure 3.23, avec  $K = 6,8 (a/L)^{-0,5}$  et  $m = 2/3$ . Elle ajuste bien les points expérimentaux.

Pour être complet, un autre critère de rupture a été proposé par Hilgenfeldt, Arif and Tsai [63]. Cependant ce critère est basé sur l'expression du saut de pression à travers un film droit se déplaçant perpendiculairement à lui-même (c'est-à-dire que le vecteur normal au film est parallèle à sa vitesse), l'équation (3.1) dans leur article [63] :  $\delta P = 2 \times 4,7 \gamma C_a^{2/3} / a$ . Nous pensons que cette expression est fausse dès que  $a < e/2$ , une condition respectée dans nos expériences et dans celles de Arif, Tsai and Hilgenfeldt. En effet, un équilibre de forces sur un tel film de surface  $e \times L$ , exprimant que le saut de pression compense la friction visqueuse, s'écrit :  $eL\delta P = 2Lf_v = 2KL\gamma C_a^{2/3}$  d'après (1.4), donc le facteur géométrique dans  $\delta P$  est de  $1/e$ , et non pas  $1/a$ .

Le critère de rupture basé en vitesse dans l'équation (4.17) peut être exprimé en termes de pression maximale dans la bulle centrale ; on reportant  $\dot{A} = 2\pi.Rv_{rup}$  dans l'équation 4.12

$$P_{O,rup/gonflage} = \frac{6\gamma\alpha_h}{eL} R^{2/3} \left( \frac{A_{tot}}{\pi} \right)^{1/6}. \quad (4.18)$$

Le seuil de pression diminue avec le rayon  $R$  de la bulle centrale. Donc, pour une gamme donnée de la pression,  $P_0$  peut être au-dessus du seuil au début de l'expérience et au-dessous du seuil une fois que l'aire de la bulle centrale atteint une certaine valeur : ceci est en accord avec le diagramme de phase représenté sur la figure 3.18. Aucune rupture n'est prévue de se produire si  $P_0 < P_{O,rup/gonflage}$

dès le début, c'est-à-dire quand  $R = L$ , ce qui conduit au seuil plus restrictif :

$$P_{O,rupt} = \frac{6\gamma\alpha_h}{e} L^{-1/3} \left( \frac{A_{tot}}{\pi} \right)^{1/6} = \frac{6\gamma\alpha_h}{e} N_l^{1/3}. \quad (4.19)$$

Cette pression est une prédiction du seuil entre le gonflement pur et la transition rupture/gonflage. Elle est représentée sur les trois diagrammes de phase dans la figure 3.18. La prédiction est encore en accord correct avec les expériences, notamment en ce qui concerne la tendance, mais elle est moins précise que la vitesse critique locale, principalement parce qu'elle repose sur une hypothèse d'axisymétrie.

Notons enfin que Arif et al. [64] observent également une transition d'un comportement de rupture à du gonflage dans une géométrie de canal droit, et non pas radiale comme la nôtre. Dans leur cas, la raison invoquée est différente : la fissure fragile s'élargit sous l'effet de sa surpression par rapport aux bulles environnantes, ce qui a tendance à diminuer cette surpression, jusqu'à passer sous une pression critique, en dessous de laquelle la rupture des films n'est plus assez rapide pour assurer une propagation supersonique de la fracture fragile. Il est possible que cet effet se combine avec notre critère qui lui est basé sur l'effet de la géométrie radiale. En effet nous voyons nous aussi un élargissement de la fissure fragile après sa création (figure 3.6).

## 4.4 Digitation

### 4.4.1 Équations de champ

Nous avons étudié la réponse de la mousse à une faible perturbation azimutale, de telle sorte que l'interface entre la mousse et la bulle centrale est définie par l'équation  $F(r, \theta; t) = 0$  avec  $F = r - R(t) - \hat{\varepsilon}(\theta; t)$  tel que  $\hat{\varepsilon} = \varepsilon e^{ik\theta + \omega t}$ , avec  $k \geq 2$  le nombre d'onde de l'instabilité, et  $\omega$  le taux de croissance. Le but de cette analyse de stabilité est de prédire une dépendance du taux de croissance avec le nombre d'onde et les différents paramètres de la mousse. Comme Coussot

[56], nous posons :  $v_r = v_r^{(0)} + v_r^{(1)}$  avec  $v_r^{(1)} = \hat{\varepsilon}\phi(r)/r$ , et  $p = p^{(0)} + p^{(1)}$  avec  $p^{(1)} = \hat{\varepsilon}f(r)$ . L'équation de conservation de masse s'écrit :

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta},$$

donc à l'ordre 1, avec  $d\hat{\varepsilon}/d\theta = ik\hat{\varepsilon}$ ,  $v_\theta^{(1)} = -\hat{\varepsilon}\phi'/(ik)$ . De même, l'équation de conservation du mouvement a une composante suivant  $r$  donnée par l'équation (4.7), et une composante suivant  $\theta$  qui s'écrit :

$$0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + f'_{v,\theta} + \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + 2\frac{\tau_{r\theta}}{r}.$$

Sachant que  $\mathbf{f}'_v = -\xi v^{m-1} \mathbf{v}$ , à l'ordre 1 :

$$\begin{aligned} v^{m-1} &= (v_r^2 + v_\theta^2)^{(m-1)/2} \\ &\simeq \left[ \left( \frac{q}{r} + \hat{\varepsilon} \frac{\phi}{r} \right)^2 - \frac{\hat{\varepsilon}^2 \phi'^2}{k^2} \right]^{(m-1)/2} \\ &\simeq \left( \frac{q}{r} \right)^{m-1} \left[ 1 + (m-1) \hat{\varepsilon} \frac{\phi}{q} \right]. \end{aligned}$$

d'où  $\mathbf{f}'_v = \mathbf{f}'_v^{(0)} + \mathbf{f}'_v^{(1)}$  avec :

$$\mathbf{f}'_v^{(1)} = -\hat{\varepsilon}\xi \left( \frac{q}{r} \right)^{m-1} \left( \frac{m\phi}{r} \mathbf{e}_r - \frac{\phi'}{ik} \mathbf{e}_\theta \right).$$

Sachant que  $\partial v_r^{(1)}/\partial r = \hat{\varepsilon}(\phi'/r - \phi/r^2)$  et  $\partial v_r^{(1)}/\partial \theta = -\hat{\varepsilon}\phi''/ik$ , les composantes du tenseur taux de déformation (4.6) s'écrivent :

$$\begin{aligned} D_{rr}^{(1)} = -D_{\theta\theta}^{(1)} &= \hat{\varepsilon} \left( \frac{\phi'}{r} - \frac{\phi}{r^2} \right) \\ D_{r\theta}^{(1)} &= \frac{1}{2} \hat{\varepsilon} \left( -\frac{\phi''}{ik} + \frac{\phi'}{ikr} + \frac{ik\phi}{r^2} \right). \end{aligned}$$



En reportant dans l'équation (4.5) nous obtenons les contraintes à l'ordre 1 :

$$\begin{aligned}\tau_{rr}^{(1)} = -\tau_{\theta\theta}^{(1)} &= 2^n K q^{n-1} n \hat{\varepsilon} r^{1-2n} \left( \phi' - \frac{\phi}{r} \right) \\ \tau_{r\theta}^{(1)} &= i \hat{\varepsilon} \frac{\tau_c}{2q} \left( 1 + \frac{K}{q} \left( \frac{2q}{r^2} \right)^n \right) \left( k\phi - \frac{r\phi'}{k} + \frac{r^2\phi''}{k} \right),\end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned}(\nabla \cdot \tau^{(1)})_r &= -\frac{\tau_c k r}{2q} \left( \frac{k\phi}{r^2} - \frac{\phi'}{rk} + \frac{\phi''}{k} \right) + \frac{Kr}{q} \left( \frac{2q}{r^2} \right)^n \\ &\quad \left[ \left( 2n^2 - 2n - \frac{k^2}{2} \right) \frac{\phi}{r^2} + \left( -2n^2 + 2n + \frac{1}{2} \right) \frac{\phi'}{r} + \left( n - \frac{1}{2} \right) \phi'' \right] \\ (\nabla \cdot \tau^{(1)})_\theta &= i \frac{\tau_c r^2}{2q} \left( \frac{2k\phi}{r^3} + \frac{\phi'(k^2 - 3)}{kr^2} + \frac{3\phi''}{kr} + \frac{\phi'''}{k} \right) + \\ &\quad + i \frac{Kr^2}{q} \left( \frac{2q}{r^2} \right)^n \left[ \frac{k\phi}{r^3} + \left( \frac{k}{2} + \frac{2n-3}{2k} - kn \right) \frac{\phi'}{r^2} + \frac{3-2n}{2k} \frac{\phi''}{r} + \frac{\phi'''}{2k} \right], \quad (4.20)\end{aligned}$$

d'où les deux équations différentielles pour  $f$  et  $\phi$  :

$$\begin{aligned}0 &= -f' - m\xi \left( \frac{q}{r} \right)^{m-1} \frac{\phi}{r} - \frac{\tau_c k r}{2q} \left( \frac{k\phi}{r^2} - \frac{\phi'}{kr} + \frac{\phi''}{k} \right) + \frac{Kr}{q} \left( \frac{2q}{r^2} \right)^n \\ &\quad \left[ \left( 2n^2 - 2n - \frac{k^2}{2} \right) \frac{\phi}{r^2} + \left( -2n^2 + 2n + \frac{1}{2} \right) \frac{\phi'}{r} + \left( n - \frac{1}{2} \right) \phi'' \right] \quad (4.21)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0 &= -\frac{ikf}{r} + \frac{\xi}{ik} \left( \frac{q}{r} \right)^{m-1} \phi' + i \frac{\tau_c r^2}{2q} \left( \frac{2k\phi}{r^3} + \frac{k^2-3}{k} \frac{\phi'}{r^2} + \frac{3\phi''}{kr} + \frac{\phi'''}{k} \right) + i \frac{Kr^2}{q} \\ &\quad \left( \frac{2q}{r^2} \right)^n \left[ \frac{k\phi}{r^3} + \left( \frac{k}{2} + \frac{2n-3}{2k} - kn \right) \frac{\phi'}{r^2} + \frac{3-2n}{2k} \frac{\phi''}{r} + \frac{\phi'''}{2k} \right]. \quad (4.22)\end{aligned}$$

#### 4.4.2 Conditions aux limites

Pour résoudre ces deux équations différentielles, nous avons besoin de conditions aux limites. Nous commençons avec la condition cinématique, qui traduit la continuité de vitesse à l'interface :  $0 = dF/dt = \partial F/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla F$  en  $F = 0$ . Or  $\partial F/\partial t = -\dot{R} - \omega \hat{\varepsilon}$ , et  $\nabla F = \mathbf{e}_r - ik \hat{\varepsilon} \mathbf{e}_\theta / r$ , d'où :  $-\dot{R} - \omega \hat{\varepsilon} + v_r - ik \hat{\varepsilon} v_\theta / r = 0$  en  $F = 0$ .

En utilisant le développement de Taylor à l'ordre 1 :

$$v_r(F=0) \simeq v_r(r=R, \theta; t) + \hat{\varepsilon} \frac{\partial v_r}{\partial r}(r=R, \theta; t),$$

on obtient à l'ordre 1 :  $-\omega \hat{\varepsilon} + v_r^{(1)} + \hat{\varepsilon} \partial v_r^{(0)} / \partial r = 0$  en  $r = R$ , d'où :

$$\omega = -\frac{q}{R^2} + \frac{\phi(R)}{R}. \quad (4.23)$$

Nous passons maintenant à la deuxième condition aux limites, la continuité des contraintes à l'interface.

À la limite interne de la mousse, l'expression générale de la continuité des contraintes est [74] :

$$[(p - P_0)\mathbf{1} - \tau] \cdot \mathbf{n} = \nabla_s \cdot \tau_s,$$

où le vecteur unitaire normal à l'interface est  $\mathbf{n} = \nabla F / |\nabla F| = \mathbf{e}_r - ik\hat{\varepsilon}\mathbf{e}_\theta / R$ , la contrainte interfaciale est  $\tau_s = \gamma \mathbf{1}_s$ ,  $\mathbf{1}_s$  et  $\nabla_s$  sont le tenseur identité et l'opérateur gradient projetés sur l'interface :

$$\mathbf{1}_s = \mathbf{1} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} = \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta + \frac{ik\hat{\varepsilon}}{R}(\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_\theta + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_r),$$

et

$$\nabla_s = \mathbf{1}_s \cdot \nabla = \frac{\mathbf{e}_\theta}{R} \left( 1 - \frac{\hat{\varepsilon}}{R} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{ik\hat{\varepsilon}}{R} \left( \frac{\mathbf{e}_r}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\theta \frac{\partial}{\partial r} \right).$$

À partir de ces expressions, nous calculons :

$$\nabla_s \cdot \tau_s = \gamma \left\{ -\frac{\mathbf{e}_r}{R} + \frac{\hat{\varepsilon}}{R^2} [ik\mathbf{e}_\theta - (k^2 - 1)\mathbf{e}_r] \right\},$$

d'où la continuité des contraintes :

$$(p - P_0)\mathbf{n} - \tau \cdot \mathbf{n} = \gamma \left\{ -\frac{\mathbf{e}_r}{R} + \frac{\hat{\varepsilon}}{R^2} [ik\mathbf{e}_\theta - (k^2 - 1)\mathbf{e}_r] \right\}.$$

Par conséquent, la continuité de contrainte normale s'écrit :  $p - P_0 - \tau_{rr} - ik\hat{\varepsilon}(\tau_{r\theta} +$

$\tau_{\theta r})/R = -\gamma/R - \gamma(k^2 - 1)\hat{\varepsilon}/R^2$  en  $F = 0$ , donc à l'ordre 1 et en  $r = R$ ,  $\hat{\varepsilon}\partial p^{(0)}/\partial r + p^{(1)} - \hat{\varepsilon}\partial\tau_{rr}^{(0)}/\partial r + \tau_{rr}^{(1)} = -\hat{\varepsilon}\gamma(k^2 - 1)/R^2$ , et :

$$\begin{aligned} 0 = & -2nK(2q)^n R^{-2n-1} + 2^n K q^{n-1} n R^{1-2n} \left( \phi' - \frac{\phi}{R} \right) + (n-1)2^{n+1}K \\ & q^n R^{-2n-1} - \frac{2\tau_c}{R} - \xi \left( \frac{q}{R} \right)^m + f(R) + \gamma \frac{k^2 - 1}{R^2}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

De plus, la continuité de la contrainte tangentielle donne :  $\tau_{r\theta} + ik\hat{\varepsilon}(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})/R = 0$  en  $F = 0$ , donc en  $r = R$  :

$$0 = \frac{k}{R} \left[ -\tau_c - K \left( \frac{2q}{r^2} \right)^n \right] + \frac{\tau_c}{2q} \left[ 1 + \frac{K}{q} \left( \frac{2q}{r^2} \right)^n \right] \left( k\phi - \frac{r\phi'}{k} + \frac{r^2\phi''}{k} \right). \quad (4.25)$$

De même, on pourrait écrire les conditions aux limites à la limite externe de la mousse, mais pour simplifier, nous négligeons la taille totale de la mousse dans l'analyse de stabilité, et nous considérons que toutes les quantités d'ordre 1 doivent tendre vers 0 lorsque  $r$  tend vers  $+\infty$ .

Pour résumer, pour trouver les fonctions inconnues  $\phi$  et  $f$ , il faut résoudre les équations différentielles couplées (4.21) et (4.22), en appliquant les conditions aux limites (4.24), (4.25), et

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \phi(r) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow +\infty} f(r) = 0. \quad (4.26)$$

En reportant la valeur de  $\phi(R)$  dans l'équation (4.23), on obtient le taux de croissance de la perturbation en fonction de  $k$ . Pour un ensemble donné de paramètres, ce problème peut être résolu numériquement, mais pas analytiquement.

Nous avons prouvé à la section 4.1.1 que les contraintes visqueuses sont négligables dans toutes nos expériences, donc on considère le cas où  $K = 0$ . En outre, on choisit de linéariser le frottement externe, c'est-à-dire qu'on pose  $m = 1$ . Ceci réduit les équations (4.21) et (4.22) à des équations de type Euler-Cauchy, qui ont une solution analytique.

### 4.4.3 Solution analytique

Nous posons  $m = 1$  et  $\xi = \xi_l$  dans les équations (4.21) et (4.22), avec  $\xi_l$  le coefficient de friction correspondant à une force visqueuse linéaire, discuté ci-dessous. Nous obtenons :

$$\frac{2q}{\tau_c} f' = -(\Gamma + k^2) \frac{\phi}{r} + \phi' - r\phi'', \quad (4.27)$$

$$\frac{2q}{\tau_c} f = 2\phi + \frac{r\phi'}{k^2}(k^2 - 3 - \Gamma) + \frac{3r^2\phi''}{k^2} + \frac{r^3\phi'''}{k^2}, \quad (4.28)$$

avec  $\Gamma = 2q\xi_l/\tau_c$ . Les condition aux limites sont :

$$\omega = \frac{\phi(R)}{R} - \frac{q}{R^2}, \quad (4.29)$$

$$0 = -\frac{4qk}{R} + k\phi(R) - \frac{R\phi'(R)}{k} + \frac{R^2\phi''(R)}{k}, \quad (4.30)$$

$$f(R) = \frac{2\tau_c + \xi_l q}{R} - \Gamma \frac{k^2 - 1}{R^2}. \quad (4.31)$$

Les solutions  $f$  et  $\phi$  sont des lois de puissance de  $r$ , nous posons donc  $\phi = b(q/R)r^\mu/R^\mu$  et  $f = c\tau_c\phi/(2q)$ , avec  $b$  et  $c$  deux paramètres adimensionnés. Les équations (4.27) et (4.28) conduisent à :

$$c = \frac{1}{\mu} (-\Gamma - k^2 + 2\mu - \mu^2), \quad (4.32)$$

$$0 = \mu^4 + 2\mu^2(k^2 - \frac{\Gamma}{2} - 2) + k^2(k^2 + \Gamma). \quad (4.33)$$

Des quatres racines de l'équation (4.33), deux seulement ont une partie réelle négative :

$$\mu_{1,2} = -(2 + \frac{\Gamma}{2} - k^2 \pm \sqrt{\Delta})^{1/2}, \quad (4.34)$$

avec  $\Delta = \frac{\Gamma^2}{4} + 4 - 2\Gamma k^2 - 4k^2 + 2\Gamma$ .

La solution est donc  $\phi(r) = b_1\phi_1 + b_2\phi_2$ , avec  $\phi_i = qr^{\mu_i}/R^{\mu_i+1}$  pour  $i = 1, 2$ , et  $f = \tau_c(c_1\phi_1 + c_2\phi_2)/(2q)$ . Les coefficients  $c_i$  sont directement donnés par l'équation

(4.32) et les coefficients  $b_i$  sont déterminées à partir des conditions aux limites (4.30) et (4.31). Ceci donne :

$$b_1 = \frac{4 + \Gamma - \delta(2k^2 - 2) - \frac{4k^2 c_2}{k^2 - 2\mu_2 + \mu_2^2}}{c_1 - c_2 \frac{k^2 - 2\mu_1 + \mu_1^2}{k^2 - 2\mu_2 + \mu_2^2}}, \quad (4.35)$$

$$b_2 = \frac{4k^2 - b_1(k^2 - 2\mu_1 + \mu_1^2)}{k^2 - 2\mu_2 + \mu_2^2}, \quad (4.36)$$

avec  $\delta = \gamma/(\tau_c R)$ .

Le taux de croissance est donné par l'équation (4.29) :

$$\omega(k) = \frac{q}{R^2}(b_1 + b_2 - 1) = \frac{q}{R^2}\mathcal{F}(\Gamma, \delta, k). \quad (4.37)$$

Le signe de taux de croissance peut nous donner une information sur l'état de stabilité de l'écoulement, qui ne dépend que du nombre d'onde d'instabilité  $k$  et de deux paramètres adimensionnels,  $\Gamma = 2q\xi_l/\tau_c$  et  $\delta = \gamma/(\tau_c R)$ , grâce à la fonction complexe mais explicite  $\mathcal{F}$ .

Une estimation numérique de  $\omega(k)$  de l'ordre de  $\tau_c/2q\xi_l = 1/\Gamma \in [5 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-1}]$  et  $\gamma/(2q\xi_l R) = \delta/\Gamma \in [10^{-6} - 10^{-1}]$  a été réalisée à l'aide de Matlab. Elle montre que le front est toujours instable. La déstabilisation par l'effet visqueux augmente avec  $k$ , mais la tension de surface stabilise toujours les courtes longueurs d'onde, ce qui conduit, si on néglige la contrainte seuil, à un profil parabolique de  $\omega(k)$  (voir Fig 4.3a). En fait, la contrainte seuil joue un rôle négligeable pour caractériser l'écoulement principal, tel que discuté dans la section 4.1.2, mais elle devient cruciale pour prédire la stabilité de l'écoulement, puisque le paramètre comparant la tension de surface et la contrainte seuil,  $\delta = \gamma/\tau_c R \approx L/R$ , est de l'ordre de 0,1 dans nos expériences. Des simulations numériques avec  $\gamma = 0$  montrent que la contrainte seuil ne stabilise pas les faibles longueurs d'onde. Cependant, d'après la figure 4.3a, nous voyons que la contrainte seuil réduit fortement le taux de croissance de tous les modes, et diminue la valeur de  $k$  pour laquelle  $\omega$  est maximum comme on le voit sur la figure 4.3b.

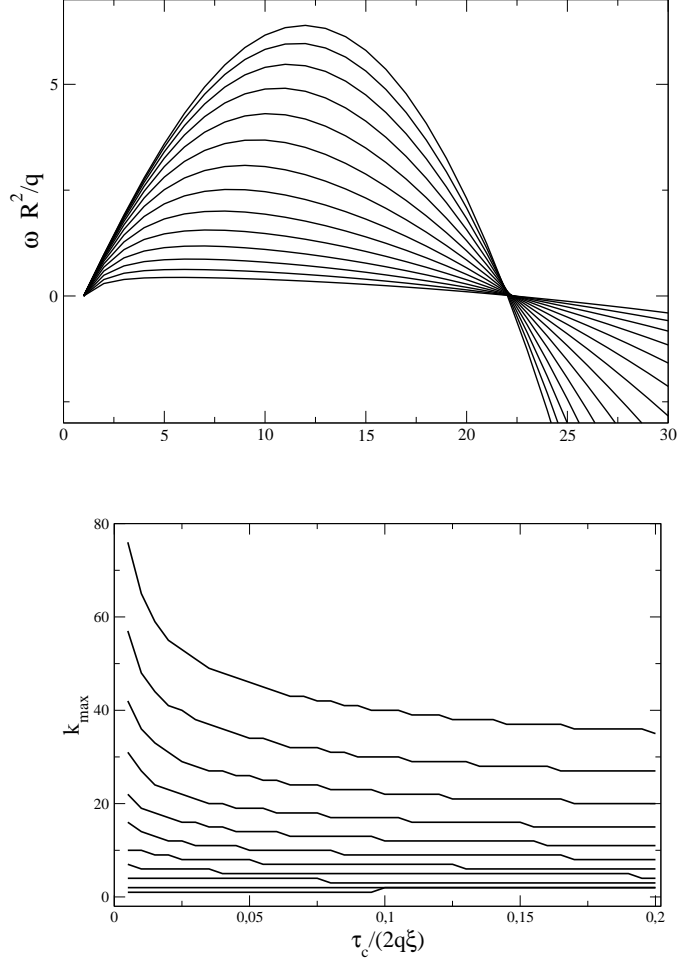


FIGURE 4.3 – (a) Valeur numérique de  $\omega R^2/q$  en fonction de  $k$  pour différentes valeurs de la contrainte seuil réduite  $1/\Gamma = \tau_c/2q\xi$ , dans le domaine  $[10^{-3}; 0.4]$  de haut en bas (dans le domaine où  $\omega R^2/q > 0$ ). (b) Valeur numérique de  $k_{max}$  en fonction de  $1/\Gamma = \tau_c/2q\xi$ , pour différentes valeurs de  $\gamma/(2q\xi R) = \delta/\Gamma$ , dans le domaine  $[10^{-6} - 10^{-1}]$  de haut en bas.

Nous avons calculé la valeur  $k_{max}(\Gamma, \delta)$  qui correspond à la croissance maximale et nous avons supposé que la largeur limite de doigt observée au stade de ramification vérifie  $l_c = 2\pi R/k_{max}$ . La loi de puissance ajustant les données numériques présentées en figure 4.3b correspond, dans notre domaine de paramètres

expérimentaux, à :

$$l_c = \frac{2\pi R}{0,58} \delta^{0,35} \Gamma^{-0,43}. \quad (4.38)$$

La dépendance en  $\tau_c$  est faible (exposant numérique de 0,08) dans la gamme de paramètres étudiée. Pour vérifier nos calculs, nous pouvons également remarquer que la limite  $\tau_c = 0$  redonne les résultats déjà obtenus par Paterson [53] : en effet, à partir des équations (4.27), (4.28), (4.29) et (4.31) on déduit, dans la limite  $\lambda R Q / (\gamma e^2) \gg 1$ ,

$$l_c = 2\pi \sqrt{\frac{6\pi e \gamma R}{\xi_l Q}}. \quad (4.39)$$

Pour pouvoir comparer la prédiction théorique avec les données expérimentales obtenues avec un frottement visqueux non linéaire, nous avons établi, à partir des équations (4.14) et (4.4) :

$$\xi_l = \frac{\alpha_h}{eL} \gamma \kappa \left( \frac{a}{L} \right)^{-0,5} \left( \frac{\eta}{\gamma} \right)^{2/3} v_{typ}^{-1/3}, \quad (4.40)$$

avec  $v_{typ} = Q/2\pi e R$  la vitesse typique dans la mousse, à proximité de l'interface.

L'expression numérique de la relation (4.38) en utilisant (4.40) et  $\gamma = 37 \cdot 10^{-3}$  N/m,  $\eta = 1,2 \cdot 10^{-3}$  Pa.s,  $v_{typ} = Q/(2\pi e R)$  et  $\tau_c = \gamma/L$  est :

$$l_c = 14 e^{0,72} Q^{-0,29} L^{0,13} a^{0,2} R^{0,51}. \quad (4.41)$$

Nous comparons nos mesures expérimentales de la largeur limite de doigt avant la division en deux avec la prédiction théorique, sur la figure 4.4. Pour cela, nous mesurons l'aire de la bulle centrale  $A$  pour l'image où on a mesuré la largeur de doigt  $l_c$ , et nous prenons  $R = \sqrt{A/\pi}$ . Nous trouvons une bonne corrélation linéaire entre les données expérimentales et la prédiction, les valeurs expérimentales étant légèrement sous-estimées par la théorie. Un tel accord est remarquable, compte tenu à la fois la difficulté d'avoir une mesure systématique et précise de la largeur de doigt dans les expériences, et les approximations de la théorie. En effet, celle-ci est basée sur une légère perturbation d'une interface idéale radiale, alors que la

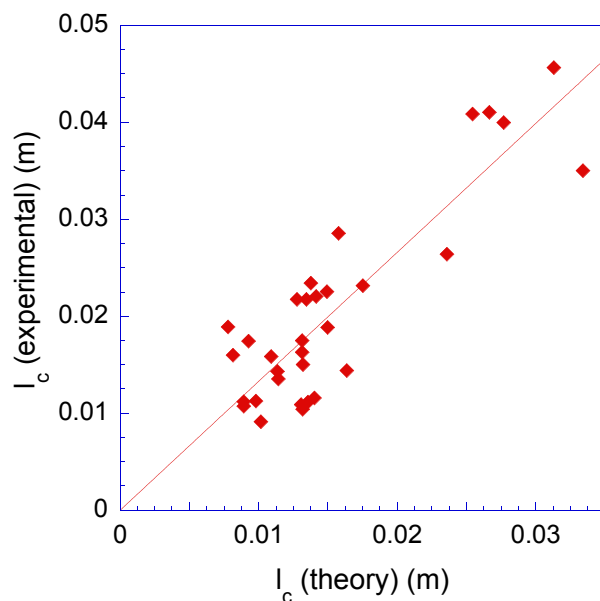


FIGURE 4.4 – Valeur expérimentale de  $l_c$ , en fonction de la valeur théorique donnée par l'équation (4.41). Le meilleur ajustement linéaire correspond à  $l_{c,exp} = (1,22 \pm 0,05)l_{c,theo}$ .

plupart des doigts ont été mesurés à des moments où la bulle centrale était déjà clairement non circulaire. De plus, il n'y a pas une grande échelle de séparation entre la taille des bulles individuelles et la largeur de doigt, comme en le voit sur la figure 3.2. Une explication possible du bon accord expérience-théorie est que loin du voisinage immédiat de la bulle centrale, la réponse de mousse pour les processus de gonflage et de digitation devient insensible aux petits détails géométriques de la mousse.



## Deuxième partie

### Acoustique des mousses liquides



# Chapitre 5

## Matériels et méthodes

Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental utilisé pour l'étude acoustique. Nous présentons également les outils et les méthodes utilisés dans la suite.

### 5.1 Dispositif expérimental

Pour l'émission et la réception du son, nous utilisons sauf indication contraire deux transducteurs MA40E7R/S, qui ont une fréquence de résonance de 40 kHz. Ils sont placés face à face sur un rail, permettant de varier leur distance  $d$  (figure 5.1). On injecte la mousse 3D entre les deux transducteurs. La mousse est auto-portante, et n'est pas confinée par des parois latérales. Une impulsion électrique ou un signal continu sinusoïdal est généré(e) par un générateur de fonctions (DS345, Stanford Research Systems) et amplifié(e) par un amplificateur de puissance (AMM-300, Falco), puis envoyé(e) vers le transducteur émetteur. Le transducteur récepteur récupère le signal après propagation dans la mousse. Un boîtier PXI ou bien un oscilloscope (DSO6014A, Agilent Technologies) permet l'acquisition du signal de sortie. Un programme conçu à l'aide de LabView permet de visualiser et d'enregistrer l'évolution du signal de sortie au cours du temps. Nos expériences durent de deux heures jusqu'à une journée selon la mousse qu'on

utilise, une durée pendant laquelle la mousse évolue par deux mécanismes : le drainage et le mûrissement par diffusion gazeuse, expliqués en section 1.1.3.

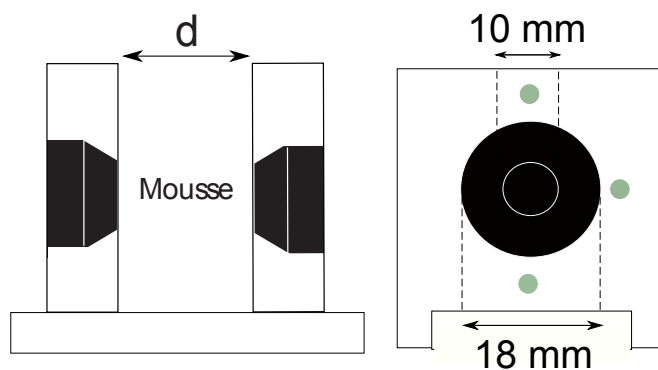


FIGURE 5.1 – Dispositif expérimental pour l’étude de la propagation d’une onde acoustique dans la mousse. Les petits cercles gris sur la partie de droite représentent les électrodes permettant la mesure de la fraction liquide.

## 5.2 Étalonnage des transducteurs

Les transducteurs ayant une fréquence de résonance, il est important de déterminer une réponse fréquentielle. La figure 5.2 est la courbe de calibration de nos transducteurs, elle représente l’amplitude de signal de sortie en fonction de la fréquence du signal continu envoyé par le transducteur émetteur dans l’air. Nous diviserons par cette réponse fréquentielle quand nous étudierons la réponse d’une mousse à différentes fréquences (section 6.2.2).

## 5.3 Type de mousse

Nous avons réalisé des mesures de signal acoustique sur deux types de mousse, pour valider nos résultats et les généraliser et montrer que nos résultats ne sont pas spécifiques à un seul type de mousse :

- Les mousses à raser de marque Gillette, à titre de comparaison avec la plupart des études précédentes [6, 37, 34], et grâce à sa grande stabilité.

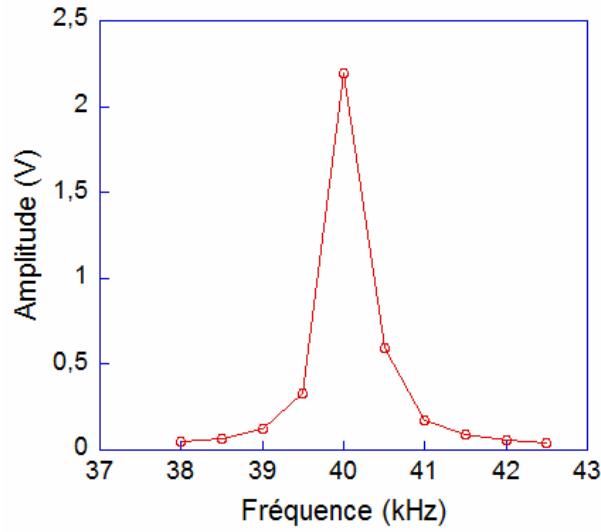


FIGURE 5.2 – Amplitude de signal de sortie en fonction de la fréquence dans l'air.

- Les mousses de SDS dopées avec une argile, la laponite, de concentration  $C_L = 20gL^{-1}$ . Nous appellerons dans la suite ces mousses "mousses de laponite" pour simplifier l'écriture. Ces mousses ont la propriété de mûrir sans drainer [75]. Par conséquent, elles sont plus contrôlées par rapport aux mousses à raser commerciales où on ne peut pas varier les paramètres pour étudier leur influence sur les propriétés acoustiques. Les paramètres de contrôle pour la mousse SDS/laponite sont :
  - la fraction liquide, bien connue à partir de la méthode de fabrication de la mousse (voir section 5.4.2), car nous connaissons la quantité de liquide prélevée et la quantité totale de mousse produite à partir de la géométrie de seringue qu'on utilise, elle varie ici entre 2 et 8 %,
  - le type de gaz :  $N_2$  et  $C_2F_6$ , qui nous permettent de modifier la vitesse de mûrissement de la mousse (le gaz  $C_2F_6$  est moins soluble dans l'eau et donc il ralentit le mûrissement par rapport au gaz  $N_2$ ),

On a également fait des expériences avec différentes distances entre les deux transducteurs E/R, de 1 mm jusqu'à 12 mm. Il faut signaler que ces distances ne varient pas au cours d'une expérience donnée, mais entre différentes expériences.

Nous nous sommes limités à des courtes distances, car les mousses liquides sont très atténuantes acoustiquement.

## 5.4 Paramètres de la mousse

### 5.4.1 Fraction liquide

Pour estimer l'évolution de la fraction liquide, nous enregistrons la conductivité à travers la mousse  $\sigma_{mousse}$  [76] en utilisant trois paires d'électrodes, dessus, dessous et à la même hauteur que les transducteurs. Le montage consiste en un pont RLC Stanford Research Systems Model SR715, avec une acquisition sur un ordinateur via un programme LabVIEW. L'appareil peut mesurer différents paramètres de composants passifs : résistance ( $R$ ), capacité ( $C$ ), inductance ( $L$ ) notamment. Nous l'utiliserons ici pour mesurer la résistance entre deux électrodes face à face, séparées par de la mousse. Cette mesure nous permet ensuite de remonter à la conductance, nous donnant ainsi une information sur la fraction liquide  $\phi_\ell$ . En effet, le liquide contenu dans la mousse est conducteur ; ainsi, plus la mousse sera humide, moins la résistance sera élevée. Avec ce type de dispositif (électrodes indépendantes), la mousse peut être représentée par un circuit RC en parallèle [77]. Une loi empirique permet de remonter directement à la fraction liquide à partir de ces mesures [76] :

$$\phi_\ell = \frac{3\sigma_c(1 + 11\sigma_c)}{1 + 25\sigma_c + 10\sigma_c^2}, \quad (5.1)$$

$\sigma_c = \sigma_{mousse}/\sigma_{liquide}$  étant la conductivité relative. Nous avons effectué une expérience de référence dans la même géométrie, pour mesurer la conductivité  $\sigma_{liquide}$  de la solution moussante seule des mousses à raser. La courbe correspondante est indiquée dans la figure 5.3. Elle montre le comportement de drainage habituel : une diminution de la fraction liquide avec le temps. Nos données sont en accord quantitatif avec les mesures précédentes qui ont été obtenues par une technique

différente (pesage) [78].

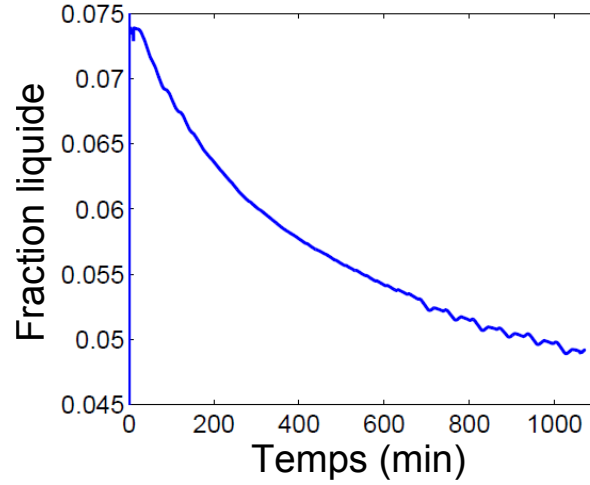


FIGURE 5.3 – Évolution temporelle de la fraction liquide d’une mousse à raser qui draine.

#### 5.4.2 Taille des bulles

Nous voulions des bulles très petites avec la mousse de laponite, de taille comparable à celles des mousses à raser. Nous avons réalisé un dispositif simple permettant d’obtenir des mousses avec des petites bulles. Pour cela, nous avons utilisé un système consistant en deux seringues de même volume. L’une des seringues sert à prélever la quantité de solution souhaitée. Le piston est ensuite tiré au maximum et on relie par un tuyau flexible avec la deuxième seringue qu’on remplit avec du gaz. La solution et le gaz  $C_2F_6$  ou  $N_2$  sont mélangés et cisailés à la main à travers la constriction formée par le tuyau. Après plusieurs allers et retours, une mousse polydisperse de petites bulles remplit l’ensemble de la seringue, et peut être utilisée. Nous avons également mesuré sur un cas, pour la mousse à raser et la mousse de laponite, l’évolution temporelle de la taille moyenne des bulles. Les mesures ont été effectuées sous un microscope en prélevant régulièrement un échantillon de mousse dont l’âge est bien connu. Nous le plaçons ensuite entre deux plaques de verre transparentes séparées par des cales

d'épaisseur  $h = 60 \mu\text{m}$ . Après avoir pris une série d'image de bulles (figure 5.4), le traitement d'image réalisé avec le logiciel ImageJ nous permet d'extraire un rayon de bulle moyen  $R$ , en considérant que les bulles sont comprimées en une monocouche entre les deux plaques, ce nous donne au final le diamètre moyen en fonction de l'âge de la mousse :

$$D = 2 \frac{3Ah}{4\pi}. \quad (5.2)$$

L'évolution de la taille moyenne des bulles pour la mousse à raser et la mousse de laponite est montrée en figure 5.5. Les mesures de taille de bulle de mousse à raser sont en accord avec les études antérieures [6]. Notons cependant que les

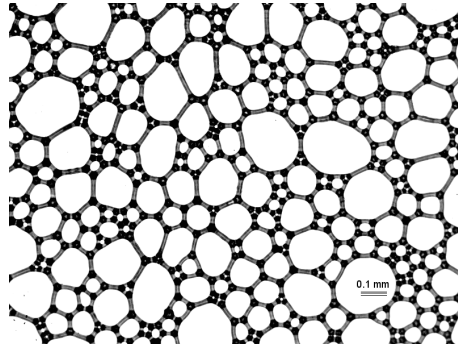


FIGURE 5.4 – Image des bulles d'une mousse à raser sous microscope.

bulles sont, dans les deux cas, polydisperses et que  $\langle R \rangle$  correspond en réalité au rayon moyen des bulles. Le rayon de la bulle est multipliée par un facteur 8 en 23 heures. On mesure également un indice de polydispersité  $\sigma$ , défini comme le rapport entre l'écart-type et la moyenne de la distribution de la taille des bulles :  $\sigma = \sqrt{\langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2} / \langle R \rangle$ . Les valeurs de  $\sigma$  sont dispersées entre 0,6 et 1, sans aucune tendance claire de l'évolution avec le temps de vieillissement.

### 5.4.3 Limites de reproductibilité

Au cours du mûrissement, la taille des bulles évolue lentement (voir figure 5.5), tandis que la fraction liquide peut être considérée comme presque constante.



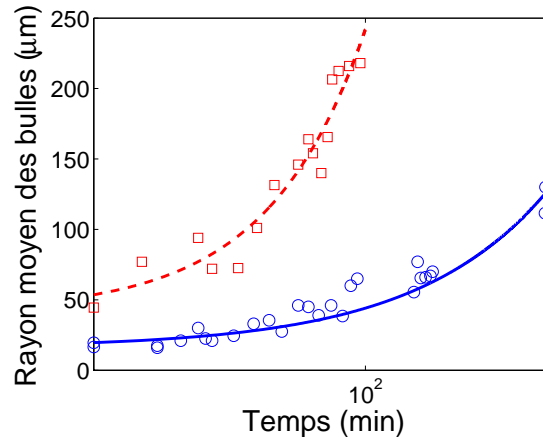


FIGURE 5.5 – Évolution des tailles des bulles d’une mousse de laponite ( $\square$ , rouge) et de la mousse à raser ( $\circ$ , bleu) au cours du temps.

Il faut noter cependant que d’un échantillon à l’autre, nous ne contrôlons pas parfaitement les conditions initiales : il y a une certaine variation aléatoire dans le profil de la fraction liquide initiale et la distribution des tailles des bulles. Plus précisément, le contrôle de l’évolution temporelle de la résistance (figure 5.6), qui permet de donner une information sur la fraction liquide, montre une variation de  $\pm 15\%$  par rapport à la courbe de référence de la figure 5.3.

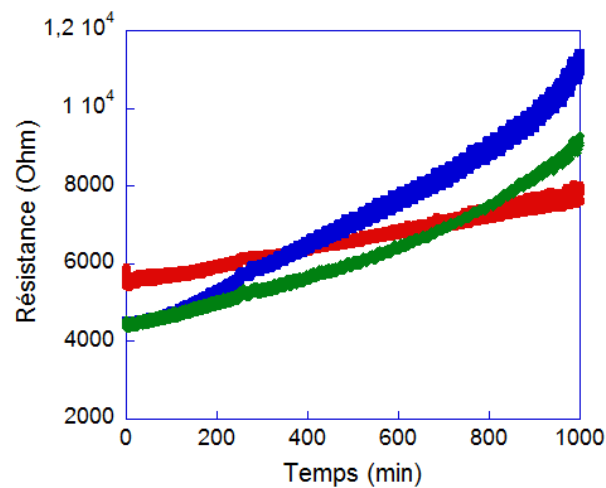


FIGURE 5.6 – Évolution temporelle de la résistance sur trois endroits (voir figure 5.1) dans la mousse à raser à distance 7,5 mm : (rouge) haut, (bleu) milieu, (vert) bas.

## 5.5 Méthodes de mesure acoustique

Plusieurs méthodes acoustiques ont été réalisées pour sonder la mousse : la méthode impulsionnelle, la méthode du signal continu et la méthode avec l'analyseur de spectre.

### 5.5.1 Méthode impulsionnelle

Le signal d'entrée est produit par un générateur envoyant un pulse de longueur une période, de fréquence  $f = 40$  kHz et d'amplitude  $A = 10$  V au transducteur émetteur. Le transducteur récepteur récupère le signal après propagation dans la mousse.

#### Méthode de calcul

À partir du signal de sortie, nous obtenons une information sur la propagation de l'onde acoustique. Plus le signal est faible, plus l'atténuation est élevée. La mesure d'une quantité proportionnelle à l'atténuation s'effectue après l'extraction de l'enveloppe du signal (en mesurant l'écart-type) et la mesure de l'aire sous cette enveloppe (figure 5.7) : plus l'aire est élevée, plus l'atténuation est faible. Le temps mis par le son pour traverser l'épaisseur de mousse est mesuré sur l'enveloppe également (figure 5.8). L'acquisition démarre lorsque le pulse est envoyé en entrée, le délai entre l'obtention du signal de sortie et le pulse initial s'appelle temps de vol  $t_v$ , et nous permet de calculer la vitesse du son :  $c = d/t_v$ . Pour déterminer  $t_v$ , on ajuste les premiers points de la courbe aire sous enveloppe en fonction de temps par une droite plate, puis les points du début de la montée de la courbe par une deuxième droite, et l'intersection des deux donne  $t_v$  (voir figure 5.8c).

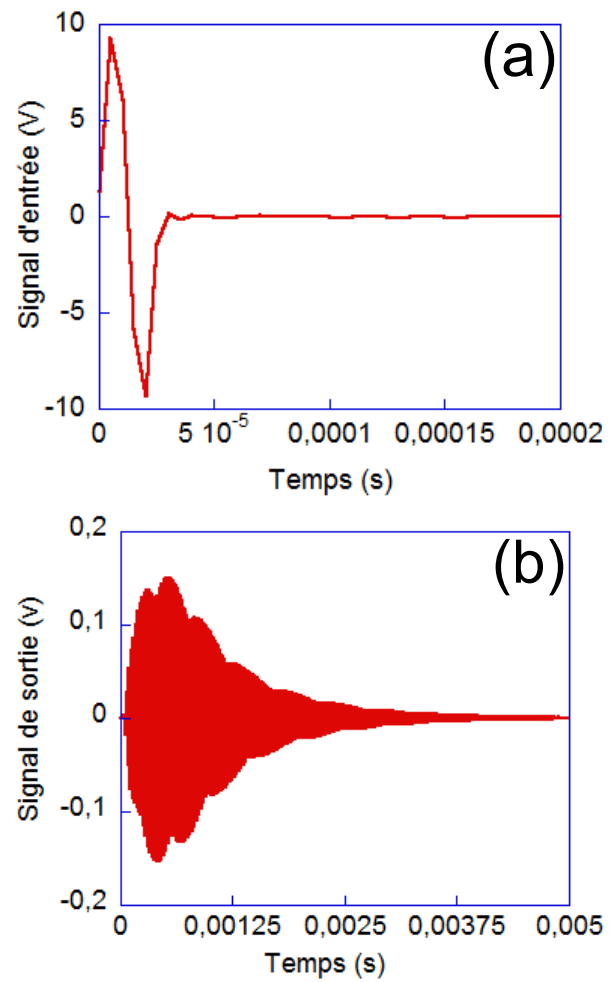


FIGURE 5.7 – Méthode impulsionnelle. (a) Signal d'entrée de fréquence 40 kHz, d'amplitude 10 V et de longueur une période, (b) signal de sortie.

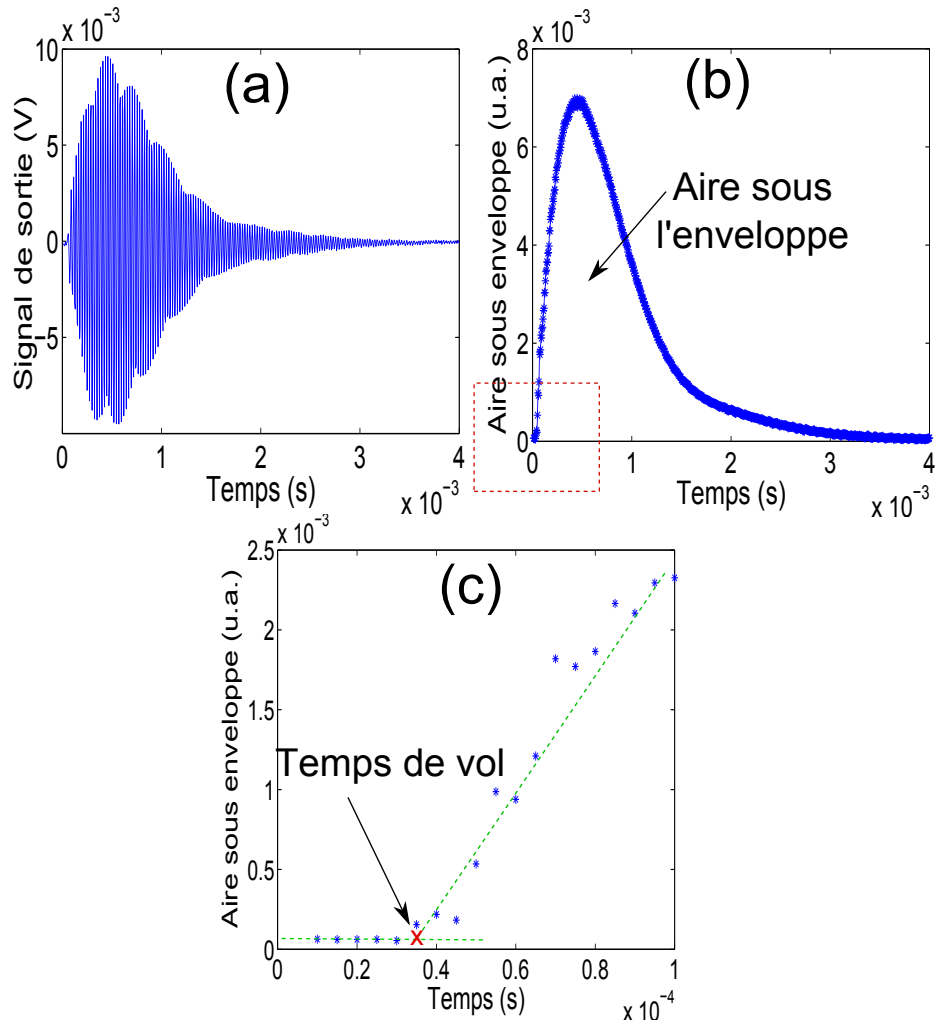


FIGURE 5.8 – Méthode de calcul des propriétés acoustiques avec la méthode impulsionnelle. (a) Signal de sortie après propagation dans la mousse, (b) Signal traité en calculant l'écart-type du signal de sortie. L'aire sous l'enveloppe de cette courbe nous permet de donner une information sur l'atténuation, (c) Zoom sur le début du signal.

### 5.5.2 Méthode du signal continu

Dans cette méthode, le signal d'entrée est un signal continu sinusoïdal. Nous avons vérifié que le signal reçu est sinusoïdal. Par conséquent, la propagation acoustique est linéaire, et nous mesurons la différence de phase et le rapport d'amplitude entre les deux signaux envoyé et reçu. En négligeant les effets de réflexions multiples entre les deux transducteurs, la différence de phase vaut :

$$\varphi = \frac{2\pi df}{c}, \quad (5.3)$$

et le rapport d'amplitude est égal à :

$$A = 4ZZ_t e^{-\alpha d} / (Z + Z_t)^2, \quad (5.4)$$

où  $Z$  et  $Z_t$  sont les impédances acoustiques, respectivement, de la mousse et du transducteur, et  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation. Par conséquent, il est possible de mesurer le coefficient d'atténuation en fonction de la dépendance du rapport d'amplitude en fonction de la distance. Contrairement à la méthode de temps de vol pour mesurer  $c$ , une expérience à  $d$  fixé ne permet pas de mesurer  $\alpha$ , car la connaissance de  $Z/Z_t$  est nécessaire.

### 5.5.3 Limite des méthodes

La méthode impulsionnelle est une méthode simple, mais ce n'est pas la plus fiable dans notre cas. D'abord, l'impulsion d'une période de long envoyée par le générateur a un large spectre de fréquence, alors que les transducteurs ne sont pas de large bande. Par conséquent, ils transforment l'impulsion en un signal beaucoup plus long et plus faible. Cela rend difficile la détection du début du signal reçu (figure 5.8), ce qui réduit donc la précision de la mesure du temps de vol à  $10^{-5}$  s environ ; par conséquent, l'incertitude de cette méthode pour mesurer la vitesse du son est au moins 10 %. Dans de nombreux cas, il est même impossible

d'extraire de façon suffisamment précise le début du signal reçu, à cause d'un bruit de fond électronique.

De plus, il y a une différence d'impédance acoustique inconnue entre les transducteurs et les mousses. Par conséquent, seulement une partie de la puissance fournie par le transducteur émetteur est convertie en un signal acoustique dans la mousse, et de même, seule une partie de l'onde acoustique arrivant au transducteur récepteur est convertie en un signal électrique. Par conséquent, il n'est pas possible de déduire directement la longueur d'atténuation de l'amplitude transmise ; cette dernière ne donne à qu'une estimation qualitative de la façon dont l'atténuation par la mousse évolue avec le temps. Une autre conséquence de la différence d'impédance est un saut de phase entre le transducteur et la mousse, ce qui affecte les mesures de temps de vol. Il est probable qu'il y ait une compensation des sauts de phase à l'émission et à la réception, en raison de la réciprocité des transducteurs, mais cela peut quand même être une source importante d'incertitude sur la vitesse du son, puisque le temps de vol n'est pas beaucoup plus grande que la période du signal,  $1/f = 2,5 \times 10^{-5}$  s. Les données présentées avec la méthode impulsionnelle (chapitre 6) ne sont pas corrigées de ce saut de phase éventuel, elles doivent donc être considérées avec une certaine prudence.

Pour surmonter certaines des limites de la méthode impulsionnelle, nous avons utilisé préférentiellement, pour des mesures quantitatives, un signal continu sinusoïdal de fréquence  $f$ . Cette méthode nous a permis d'obtenir une meilleure précision sur la mesure d'atténuation et la vitesse de son respectivement avec la différence de phase et le rapport d'amplitude pour une distance donnée. À distance fixe, il est également possible de mesurer la vitesse du son à partir de la dépendance de la différence de phase en fonction de la fréquence, mais pour la mesure du coefficient d'atténuation il est nécessaire de connaître  $Z/Z_t$ , rapport que nous n'avons pas pu mesurer.

#### 5.5.4 Analyseur de spectre

Vu la limitation de fréquence des transducteurs à 40 kHz, nous avons fait quelques expériences préliminaires à la fin de ma thèse avec l'aide de Mickaël Duranteau, doctorant qui travaille au sein de notre laboratoire sur l'acoustique des milieux granulaires, en utilisant ses transducteurs de marque Panametrics de 40 mm de diamètre, qui ont une large bande de fréquence entre 1 et 300 kHz et un analyseur de spectre de marque Stanford qui permet de suivre l'amplitude des différentes composantes spectrales du signal (figure 5.9).

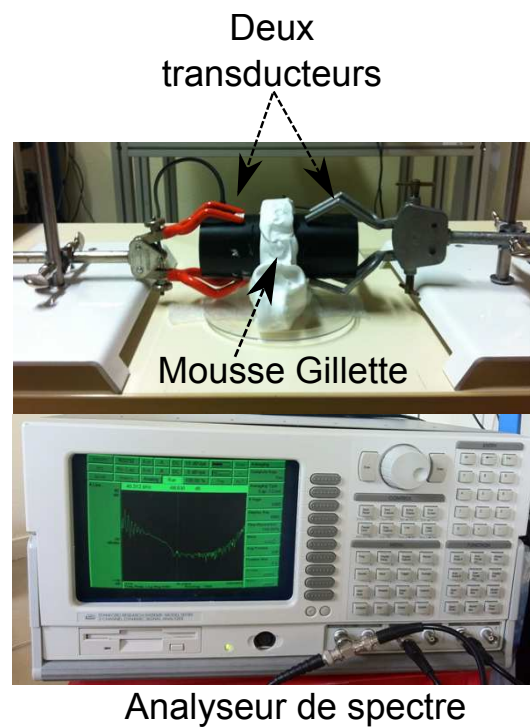


FIGURE 5.9 – Dispositif expérimental avec analyseur de spectre.





# Chapitre 6

## Résultats expérimentaux

Dans ce chapitre, nous présentons des résultats expérimentaux sur la propagation des ondes ultrasonores dans les mousses aqueuses. Nous présentons d'abord quelques résultats obtenus avec la méthode impulsionnelle, à la fois avec la mousse de laponite, avec l'influence de chaque paramètre sur les propriétés acoustiques, et la mousse à raser. Nous présentons ensuite la limite de la méthode impulsionnelle et passons aux mesures avec la méthode continue sur la mousse à raser à une distance variable, puis à une fréquence variable. Parallèlement, nous avons comparé la résonance acoustique d'une bulle unique de Minnaert et la résonance dans la mousse pour une certaine taille de bulles. La plupart des résultats exposés ici sont présentés dans la référence [79].

### 6.1 Méthode impulsionnelle

#### 6.1.1 Influence du type de mousse et de la fraction liquide

##### **Atténuation**

Nous avons effectué une série d'expériences à fréquence fixe  $f = 40$  kHz, avec une épaisseur  $d$  variable avec les mousses à raser. Nous avons représenté l'évolution de l'aire sous l'enveloppe en fonction de l'âge de la mousse.

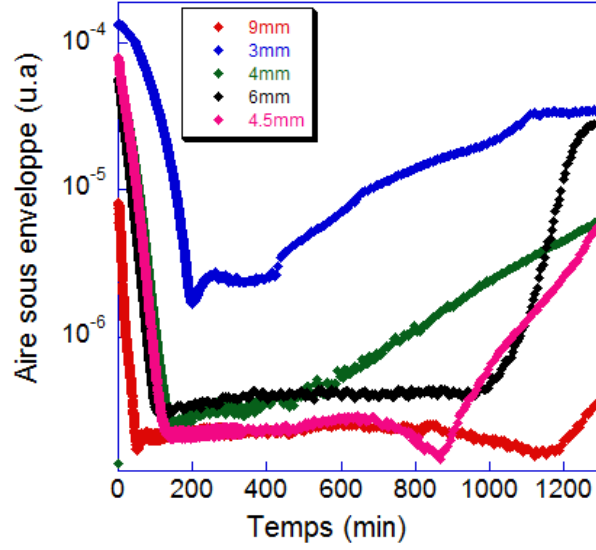


FIGURE 6.1 – Aire sous l’enveloppe en fonction de temps avec différentes distances  $d$  des deux transducteurs E/R, pour  $d = 3 ; 4 ; 4,5 ; 6 ; 9$  mm.

Nous pouvons remarquer plusieurs phénomènes à partir de ces courbes (figure 6.1). Le plus important ici est leur allure qui est semblable pour les différentes distances. En effet, l’évolution de l’aire sous l’enveloppe présente trois régimes : nous observons pour des temps courts, ce qui correspond à des petites bulles d’après la figure 5.5, une décroissance de l’aire sous enveloppe jusqu’à une taille de bulle approximativement  $R = 50 \mu\text{m}$ , c’est-à-dire une augmentation de l’atténuation du signal acoustique. Ce comportement est suivi par un plateau pour lequel l’aire sous la courbe est quasiment constante et très faible, c’est-à-dire que l’atténuation est très forte. On observe enfin une remontée à la fin des expériences.

La décroissance de l’aire sous l’enveloppe au début de la mesure nous montre qu’en dessous d’une certaine taille de bulle, lorsque la mousse mûrit, le signal acoustique transmis devient plus faible. Ceci est compatible avec les conclusions de Mujica et Fauve [37] dans le cas également de mousses à raser. Mujica et Fauve n’ont vu qu’une décroissance du signal, vu qu’ils ont travaillé avec des durées moins importants que les nôtres (aux alentours de 200 min dans la plupart des cas, ce qui correspond à  $R = 50 \mu\text{m}$ ). En effet, nos expériences ont été

menées plus longtemps jusqu'à 24 heures d'expérience pour une mousse à raser, qui mûrit alors jusqu'à  $R = 250 \mu\text{m}$ . De plus, ils ont fait leurs expériences dans une cellule fermée, alors que nos mousses sont en contact avec l'air et mûrissent donc probablement beaucoup plus vite (même si, comme Mujica et Fauve n'ont pas mesuré l'évolution des tailles de leurs bulles, il est impossible de quantifier la différence de mûrissement par rapport à nos études).

Nous pouvons nous demander à présent si l'allure de l'aire sous l'enveloppe en fonction du temps est indépendante de la composition de la mousse. Vu que nous ne connaissons pas la composition de la mousse à raser, il est important de vérifier si les phénomènes observés sont similaires avec d'autres mousses bien contrôlées. Nous avons donc fait les mêmes expériences avec des mousses dopées à la laponite. La figure 6.2 présente ce qui a été obtenu pour des mousses de SDS dopées à la laponite avec différentes fractions liquides. L'allure des courbes

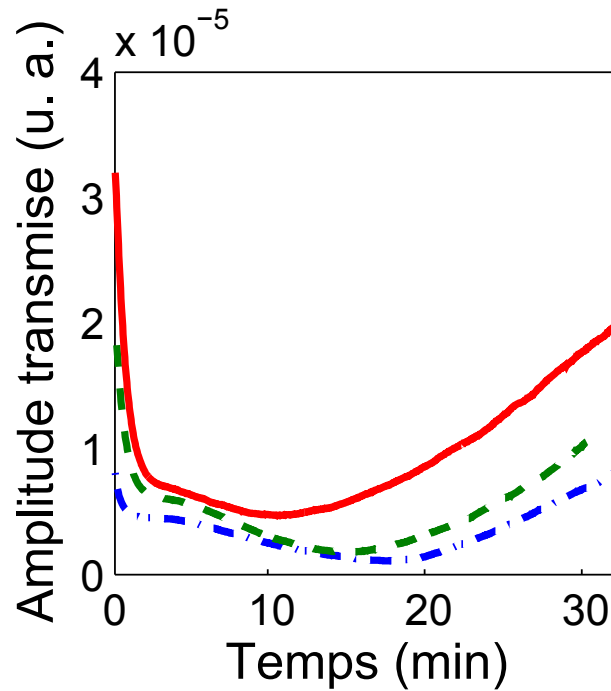


FIGURE 6.2 – Aire sous l'enveloppe en fonction de temps avec différentes fractions liquides  $\phi_\ell$ , mousse de laponite avec le gaz  $C_2F_6$ . La distance  $d$  est fixe,  $d = 2$  mm.  $\phi_\ell = 3\%$  (ligne en tirets pointillés),  $\phi_\ell = 5\%$  (ligne en tirets) et  $\phi_{ell} = 8\%$  (ligne simple).

montre bien la présence des trois parties des courbes décrites plus haut dans le cas des mousses à raser : une décroissance rapide suivie d'une évolution beaucoup plus lente (même si dans le cas des mousse de laponite, il s'agit plutôt d'une décroissance lente, et pas d'un plateau comme en figure 6.1), et une croissance, pour trois fractions liquides différentes inférieures à 10 % à une distance  $d = 2$  mm fixée. Nous pouvons remarquer aussi qu'il y a un peu d'influence de la fraction liquide sur l'extension du plateau : plus la fraction liquide est élevée, plus le plateau est petit, c'est-à-dire que l'atténuation est beaucoup plus faible avec des fractions liquides importantes.

### Vitesse du son

La façon classique pour mesurer la vitesse du son consiste à d'extraire le temps de vol du signal. En figure 6.3, l'évolution de la vitesse du son en fonction du temps est représentée pour les trois fractions liquides étudiées. Nous observons

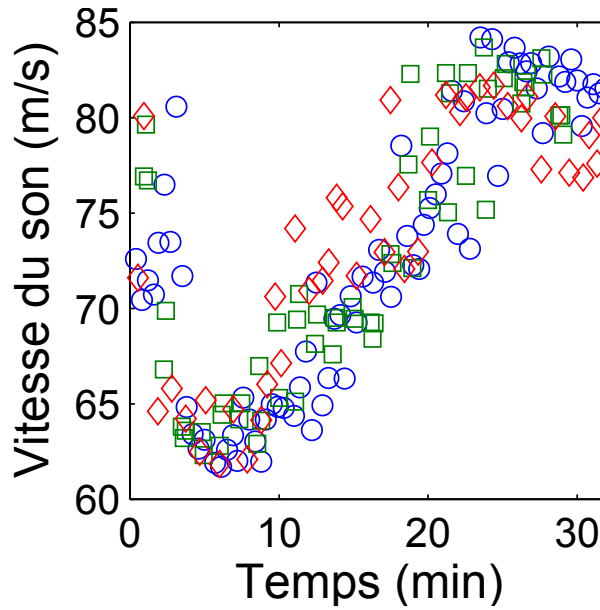


FIGURE 6.3 – Vitesse de son en fonction de temps à une distance donnée  $d = 2$  mm et trois fractions liquides différentes.  $\phi_{ell} = 3\%$  ( $\circ$ ),  $\phi_{ell} = 5\%$  ( $\square$ ) et  $\phi_{ell} = 8\%$  ( $\diamond$ ).

que la vitesse du son est d'abord décroissante, puis croissante, dans la mousse de

laponite. La vitesse du son passe par un minimum à environ 6 min.

### 6.1.2 Influence du type de gaz

Nous avons fait les mêmes mesures pour une mousse de laponite avec deux types de gaz différents,  $N_2$  et  $C_2F_6$ . Nous avons représenté l'évolution de l'aire sous l'enveloppe et la vitesse du son en fonction du temps. Nous avons observé à partir des figures 6.4 et 6.5 que l'évolution dans le temps est similaire, mais beaucoup plus rapide, avec  $N_2$  qu'avec  $C_2F_6$ .

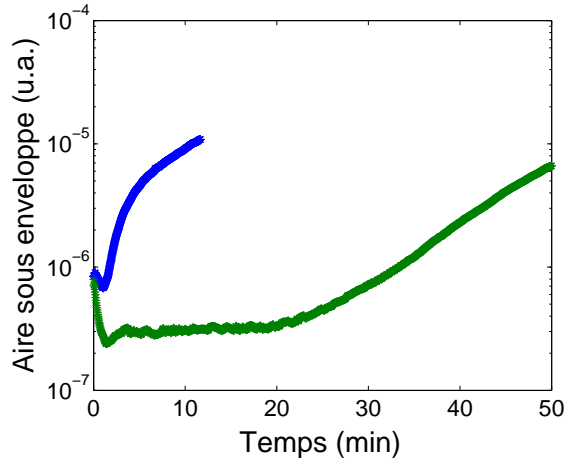


FIGURE 6.4 – Aire sous l'enveloppe du signal en fonction du temps pour une mousse de SDS dopée à la laponite pour deux gaz différents :  $N_2$  (en bleu) et  $C_2F_6$  (en vert).

Dans la suite, nous présentons deux séries d'expériences avec la méthode du signal continu. Tout d'abord, nous avons enregistré la différence de phase et le rapport d'amplitude dans une mousse qui mûrit à fréquence fixe  $f = 40$  kHz, et à distance variable entre différentes expériences. Nous allons montrer que cette méthode donne une mesure de la vitesse du son et du coefficient d'atténuation à des temps courts cohérente avec les études précédentes [37]. À des temps plus longs, nous avons complété les études déjà menées par Mujica et Fauve dans ce régime. Deuxièmement, nous avons enregistré la différence de phase et le rapport d'amplitude dans une mousse qui mûrit à distance fixe, en variant la fréquence

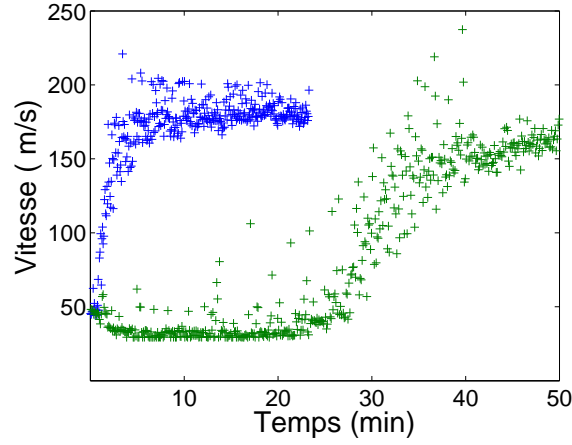


FIGURE 6.5 – Vitesse de son en fonction du temps pour une mousse de SDS dopée à la laponite pour deux gaz différents :  $N_2$  (en bleu) et  $C_2F_6$  (en vert).

au cours d'une expérience donnée.

## 6.2 Méthode du signal continu

### 6.2.1 Fréquence fixe et distance variable

#### Première étude - temps courts

Nous avons effectué une série d'expériences avec différentes distances à fréquence fixe  $f = 40$  kHz, sur des temps courts environ (1 h 30 min). Le but de ces expériences est de déterminer l'évolution de l'atténuation d'une onde acoustique et de la vitesse du son lors du mûrissement, et de comparer ces résultats à ceux de Mujuca et Fauve [37].

Les figures 6.6a et 6.6b montrent l'évolution au cours du temps de la différence de phase et du rapport d'amplitude de la mousse. Avec la méthode expliquée en section 5.5.2, nous avons déterminé à partir du déphasage des deux signaux la vitesse de son dans la mousse d'après l'équation (5.3), et le rapport d'amplitude donne une information sur l'atténuation, d'après l'équation (5.4).

On remarque à partir des deux figures 6.7a et 6.8a que l'allure des courbes

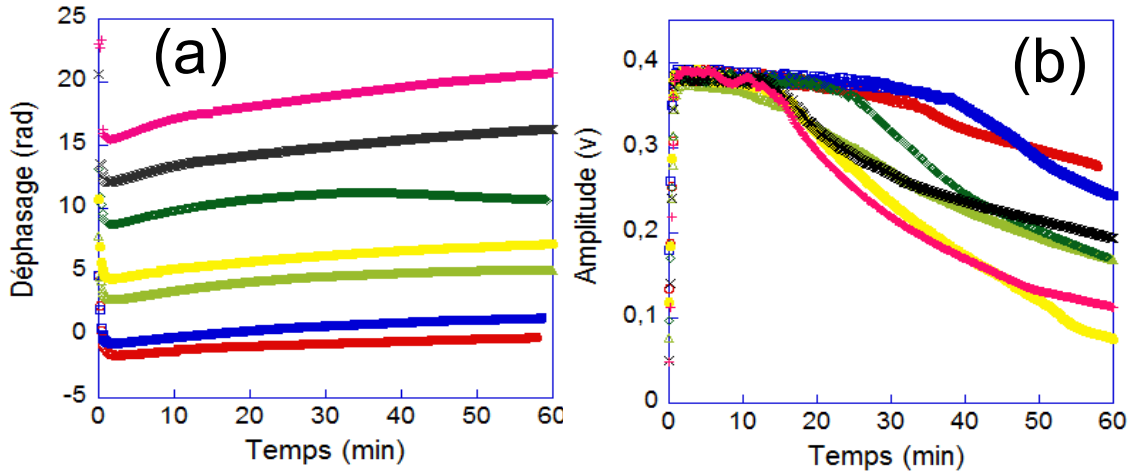


FIGURE 6.6 – Évolution de la différence de phase (a) et du rapport d’amplitude (b) aux temps courts, avec  $d = 5,0$  (rouge),  $5,5$  (bleu),  $6,0$  (vert clair),  $6,5$  (jaune),  $7,5$  (vert),  $8,5$  (noir), et  $9,5$  mm (rose).

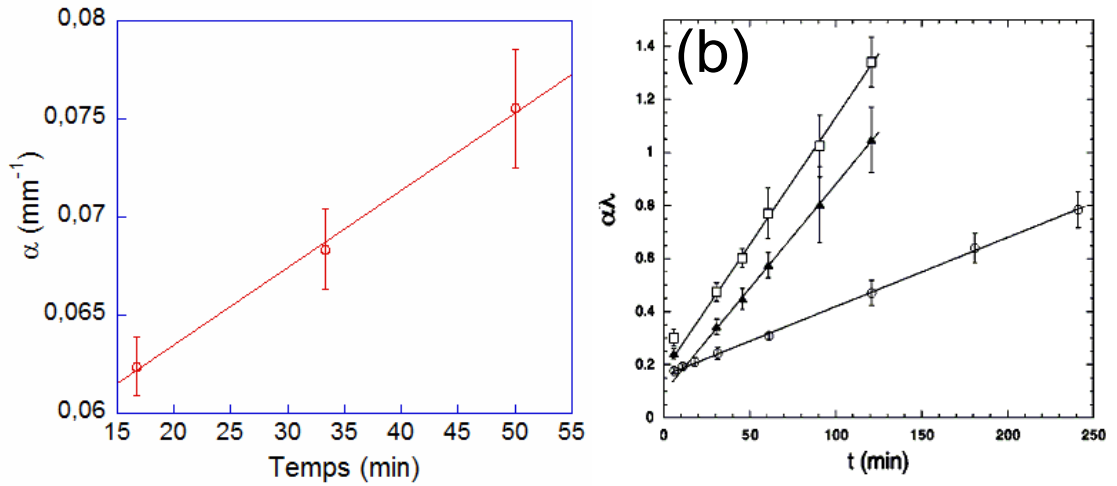


FIGURE 6.7 – (a) Coefficient d’atténuation des mousses à raser aux temps courts. (b) Coefficient d’atténuation multiplié avec la longueur d’onde mené par Mujica et Fauve ; graphique tiré de [37].

du coefficient d’atténuation et de la vitesse du son sont comparables à celles de Mujica et Fauve (figure 6.7b et 6.8b).

### Seconde étude - temps longs

Nous avons effectué une série d’expériences à fréquence fixe  $f = 40$  kHz sur

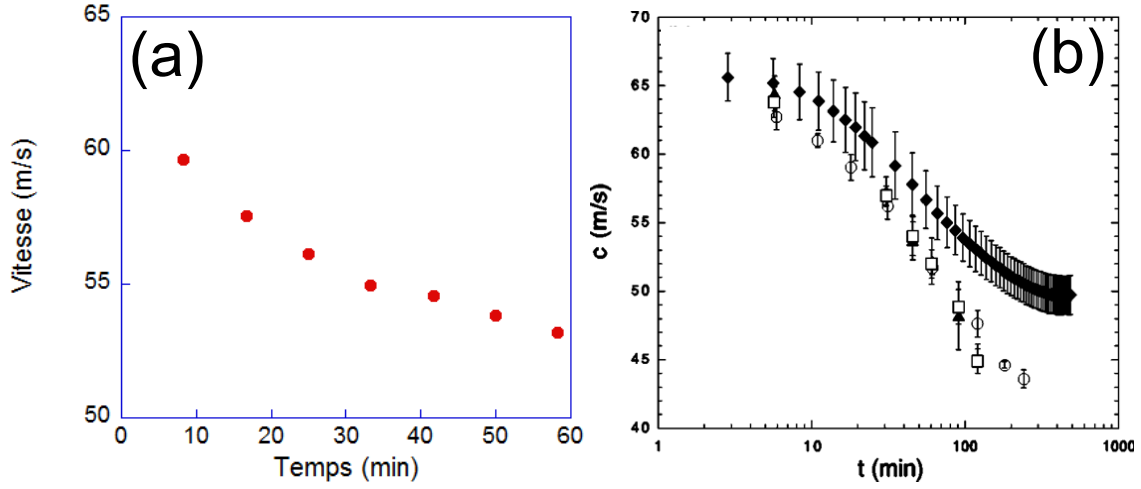


FIGURE 6.8 – (a) Vitesse du son des mousses à raser au temps courts avec notre méthode de calcul. (b) Vitesse du son prédite par Mujica et Fauve ; graphique tiré de [37].

des données plus longues, sur environ 24 heures. Aux temps très longs, la mousse s'assèche et les signaux deviennent irréguliers. L'évolution temporelle de la différence de phase (voir section 5.5.2) à des distances différentes : 5,0 ; 5,5 ; 6,0 ; 6,5 et 7,0 mm (figure 6.9) donne des résultats qualitativement similaires. À temps

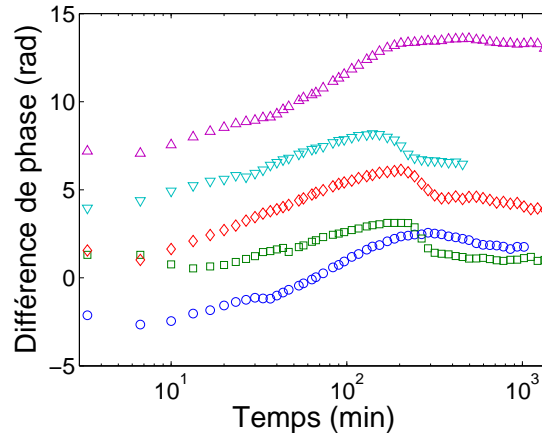


FIGURE 6.9 – Évolution de la différence de phase au cours du temps, avec  $d = 5,0$  (○), 5,5 (□), 6,0 (◇), 6,5 (▽) et 7,0 mm (△).

court ( $< 10^4$  s), pour chaque distance, le déphasage augmente et les courbes



sont approximativement séparées par un intervalle égal, ce qui est en accord avec l'équation (5.3). L'ajustement à des instants donnés de la dépendance du déphasage avec la distance avec l'équation linéaire (5.3) donne une mesure de la vitesse du son (figure 6.10) : il diminue légèrement avec le temps. Son ordre de grandeur est de 50 m/s, en accord avec les mesures précédentes [37]. Aux temps longs ( $> 10^4$  s), le déphasage montre un plateau. La transition entre cette tendance et l'augmentation observée aux temps courts est tantôt lisse (à  $d = 5$  et  $7,0$  mm), tantôt caractérisée par une forte baisse entre  $10^4$  et  $2 \cdot 10^4$  s (à  $d = 5,5$ ;  $6,0$  et  $6,5$  mm).

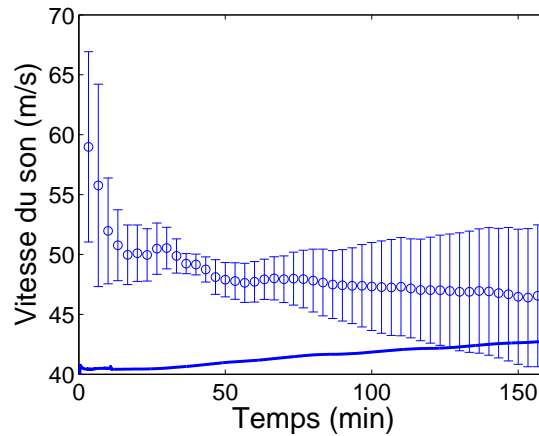


FIGURE 6.10 – Évolution temporelle de la vitesse du son. La courbe en ligne continue provient du modèle de Wood, équation (6.1).

L'évolution de l'amplitude est montrée sur la figure 6.11. Aux temps courts, pour chaque distance, le rapport d'amplitude diminue. Aux temps longs, il atteint un plateau, à une valeur comprise entre 0,01 et 0,015. L'évolution globale est fortement corrélée avec celle de la différence de phase ; notamment, les expériences à  $d = 5,5$ ;  $6,0$  et  $6,5$  mm montrent un minimum marqué du rapport d'amplitude à des temps intermédiaires, simultanément avec la diminution de la différence de phase. Au contraire, les expériences à  $d = 5,0$  et  $7,0$  mm montrent un minimum de transmission peu marqué voire inexistant, compatible avec le fait que les différences de phase correspondantes sont lisses (figure 6.9).

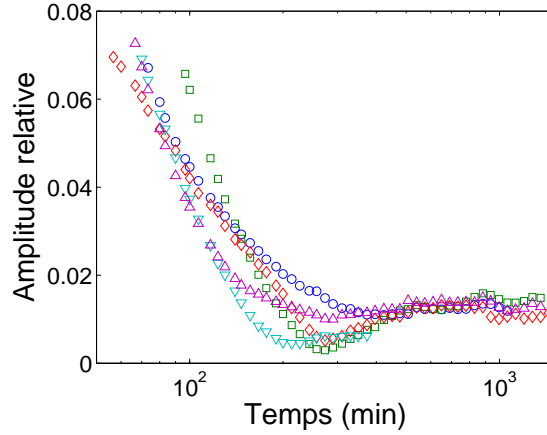


FIGURE 6.11 – Évolution du rapport d'amplitude au cours du temps, avec  $d = 5,0$  (○) ;  $5,5$  (□),  $6,0$  (◇) ;  $6,5$  (▽) et  $7,0$  mm (△).

### 6.2.2 Distance fixe et fréquence variable

Le comportement non monotone de la différence de phase (figure 6.9) et du rapport d'amplitude de signal émise et reçu (figure 6.11) est frappant. Le principal d'effet du mûrissement est l'augmentation de la taille moyenne des bulles au cours du temps, l'évolution temporelle de la fraction liquide étant beaucoup plus lente (figure 5.3 et 5.5). ceci suggère que la taille de la bulle moyenne devient en résonance au bout d'un certain temps, de façon analogue à la résonance de Minnaert (section 1.3) avec la fréquence appliquée à un moment donné du processus de mûrissement.

Pour valider cette idée, nous avons fait une expérience à distance fixe  $d = 6$  mm sur une mousse donnée qui mûrit, en faisant varier la fréquence toutes les 30 s. Nos capteurs n'étant pas à large bande, nous avons seulement pu travailler avec une gamme étroite de fréquences, entre 38 et 42 kHz, en dehors de laquelle le signal est trop faible (figure 5.2). Les évolutions temporelles du rapport d'amplitude et de la phase sont tracées pour 38, 40 et 42 kHz sur les figures 6.12 et 6.13. Aux temps courts, le rapport d'amplitude diminue, et aux temps longs, il atteint un plateau, comme les mesures précédentes (figure 6.11). Le temps de transition est d'environ  $2 \times 10^3$  s, et diminue avec la fréquence, donc il apparaît

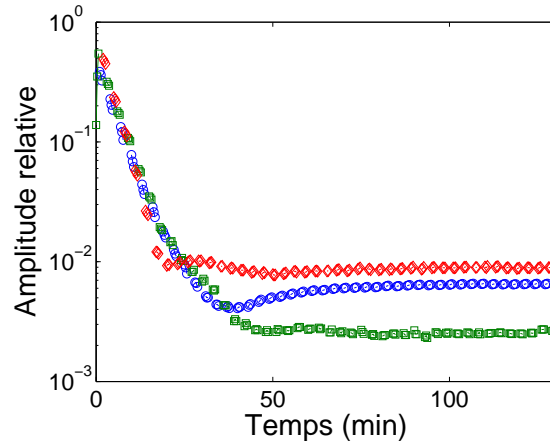


FIGURE 6.12 – Évolution du rapport d'amplitude, pour  $f = 38$  ( $\square$ ),  $40$  ( $\circ$ ) et  $42$  kHz ( $\diamond$ ).

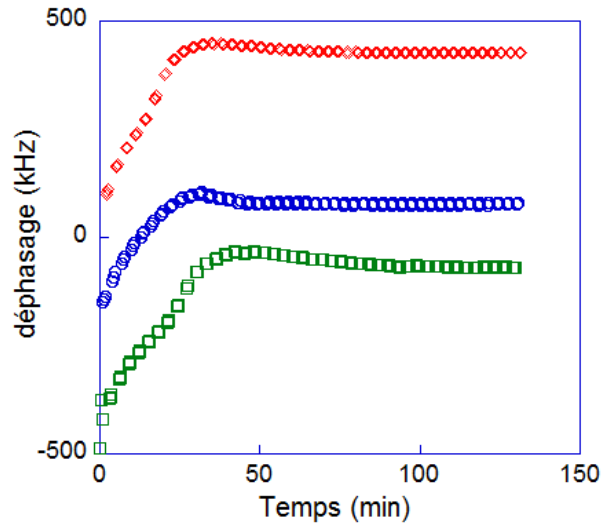


FIGURE 6.13 – Évolution de la différence de phase, pour  $f = 38$  ( $\square$ ),  $40$  ( $\circ$ ) and  $42$  kHz ( $\diamond$ ).

à une taille de bulle qui augmente lorsque la fréquence diminue, ce qui est en accord qualitatif avec l'idée de la résonance de Minnaert. Notons également que l'analogie de la résonance fonctionne également pour la différence de phase (figure 6.13). Aux temps courts, la différence de phase augmente jusqu'à une taille de bulle différente pour chaque fréquence émise puis atteint un plateau aux temps longs, en conformité avec les mesures du rapport d'amplitude (figure 6.11).

### 6.3 Analyseur de spectre

Nous avons effectué une expérience avec une distance fixe  $d = 2$  cm entre les deux transducteurs large bande avec un analyseur de spectre. Cette expérience a été faite avec une mousse à raser. À partir de cette expérience, nous avons confirmé que la mousse affiche une résonance acoustique, à partir de l'allure de l'amplitude en fonction de la fréquence, qui présente un minimum pour différents instants de mûrissement de la mousse (figure 6.14). Ce minimum est peu marqué, ce qui est en accord avec ce qui est observé avec les autres transducteurs. De plus, ces mesures montrent que l'atténuation augmente fortement avec l'âge de mousse à basse fréquence entre 0 et 50 kHz.

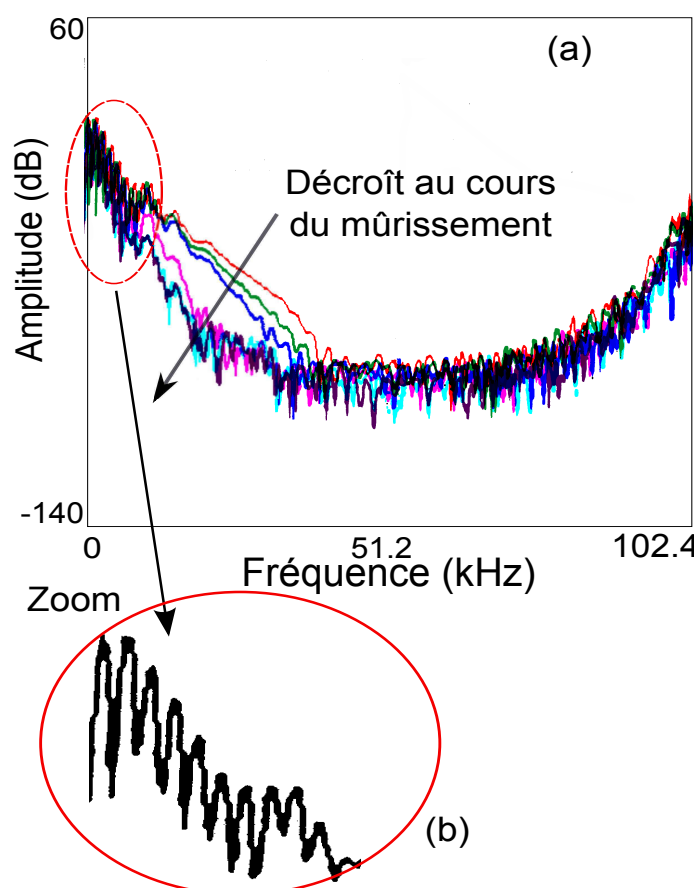


FIGURE 6.14 – Évolution de l'amplitude en fonction de la fréquence. Sur le graphique (b) on fait un zoom pour montrer les effets de réflexions multiples.

## 6.4 Discussion

### 6.4.1 Temps de transition et fréquence de Minnaert

La première constatation que nous pouvons faire est que l'on observe dans toutes les expériences une diminution rapide du rapport d'amplitude à des temps courts. Un "creux" (un minimum du rapport d'amplitude  $E/S$ ) est également généralement présent avant l'augmentation aux temps longs. Aux mêmes instants, on voit aussi un minimum dans les différences de phase. Le temps n'est pas la quantité la plus pertinente : comme expliqué précédemment, le vieillissement s'accompagne de l'augmentation de la taille des bulles. Ainsi, une transition se produisant à un moment donné signifie en fait à une taille de bulle donnée.

En allant un peu plus loin dans la description des courbes, le minimum du rapport d'amplitude se produit à un temps de transition qui montre une dispersion significative entre différentes expériences. Cette dispersion est probablement due à un manque de contrôle des échantillons initiaux. La figure 5.5 montre le rayon des bulles au temps de transition. Pour  $t = 2 \times 10^3$  s,  $R = 60 \mu\text{m}$ , et à l'instant  $t = 1,5 \times 10^4$  s,  $R = 120 \mu\text{m}$ . Ainsi, nos différentes expériences montrent que le rayon de la bulle est d'environ  $10^2 \mu\text{m}$  au temps de transition.

À titre de comparaison qualitative avec la fréquence de Minnaert, il semble qu'il existe une résonance dans la mousse pour une certaine taille de bulles. Cette tendance est robuste (quelle que soit la mousse utilisée).

Les deux systèmes, bulle de Minnaert et mousse, sont pourtant différents, et l'analogie entre les deux est surprenante : le critère de Minnaert donne un rayon de la bulle de  $72 \mu\text{m}$  à la résonance pour la fréquence de 40 kHz, qui est proche de rayon des bulles dans la mousse au moment de transition. À une fréquence donnée, utiliser la densité de mousse au lieu de celle de l'eau pure dans l'équation (1.3) conduit à une augmentation du rayon de résonance par un facteur 4, où un rayon de résonance de  $3 \times 10^2 \mu\text{m}$  à 40 kHz, qui est très nettement supérieur au rayon à l'instant de transition dans nos expériences. Il est à noter qu'un tel

accord inattendu avec la fréquence de Minnaert a été rapporté dans le contexte du son émis par des bulles qui éclatent à la surface d'une mousse [80], mais cela reste théoriquement inexpliqué.

### 6.4.2 Comparaison des mesures avec d'autres modèles existants

Nous avons montré que la vitesse du son est  $c = 50$  m/s (figure 6.10). Par conséquent, la longueur d'onde acoustique est  $\lambda = c/f = 1,3$  mm. En comparaison, la taille moyenne des bulles d'une mousse à raser Gillette qui mûrit, varie entre 30 et 200  $\mu\text{m}$  dans le temps entre 0 et  $10^3$ , et inférieure à 100  $\mu\text{m}$  au temps de transition. Par conséquent, la longueur d'onde est d'un ordre de grandeur plus grande que la taille des bulles.

Dans la limite  $\lambda \gg R$  et avec  $\rho_g \ll \rho_w$  et  $\chi_g \gg \chi_w$ , la vitesse du son de Wood [38] (voir section 1.3) est approximativement :

$$c_{\text{Wood}} \simeq \frac{1}{\sqrt{\rho_w \chi_g \phi_{\text{ell}} (1 - \phi_{\text{ell}})}}. \quad (6.1)$$

En utilisant les mesures de la fraction liquide de la figure 5.3 dans l'équation (6.1), on peut superposer cette prédiction de Wood et les mesures expérimentales (figure 6.10). Comme les études précédentes [35, 37], nous constatons que le modèle de Wood sous-estime la vitesse du son. Mais il y a un écart qualitatif encore plus frappant : puisque la fraction liquide diminue sous l'effet de drainage, le modèle de Wood prévoit une augmentation de la vitesse du son au cours du temps, tandis que dans les expériences elle diminue aux temps courts. Pour corriger l'écart entre le modèle Wood et les données expérimentales, Mujica et Fauve [37] ont invoqué les propriétés élastiques de films liquides quantifiées par l'élasticité de Gibbs. Ils ont trouvé une correction de la forme  $c = c_{\text{Wood}}(1 + \phi_\ell \chi_g K_b)$ , avec  $K_b \propto 1/\langle L \rangle$ . Cependant, cette correction donne encore une évolution très lisse de la vitesse du son dans le temps, qui ne peut pas présenter la variation

brutale de la vitesse du son (figure 6.10) ou de la différence de phase (figure 6.9). En outre, la correction est basée sur l'hypothèse que toute bulle est entourée par une enveloppe d'eau d'épaisseur effective constante, alors que des bulles dans une mousse sèche sont essentiellement entourées par un épais bord de Plateau et des facettes minces, dont l'épaisseur diffère de plusieurs ordres de grandeur.

La principale limitation du modèle de Wood est qu'il s'agit d'une approche pour déterminer la vitesse effective du son dans un nuage de bulles champ en champ moyen. Il ne tient pas compte de la résonance de Minnaert des bulles ; or, nos mesures montrent que la dynamique des bulles doit être prise en compte. Plusieurs autres modèles ont été proposés pour le calcul du nombre d'onde effectif dans un milieu complexe. Nous nous concentrons ici sur le modèle de Foldy [32] et son extension par Waterman et Truell [81]. La raison de ce choix est que le modèle de Foldy a été défini pour décrire les liquides bulleux, y compris lorsque les effets de résonance étaient forts. Waterman et Truell ont proposé un modèle, valable pour toute concentration de diffuseurs, dans lequel le nombre d'onde efficace  $k$  est :

$$k^2 = (k_0^2 + 4\pi n f_0) \left( 1 + \frac{4\pi n f_1}{k_0^2} \right), \quad (6.2)$$

avec  $k_0$  le nombre d'onde dans l'eau pure,  $n$  le nombre de diffuseurs par unité de volume,  $f_0$  et  $f_1$  les fonctions de dispersion pour les modes monopolaire et dipolaires respectivement. De façon intéressante, on peut montrer que chaque mode a une contribution différente : le mode monopolaire impose la compressibilité effective du milieu, tandis que le mode dipolaire donne sa densité effective. Dans notre cas, les modes monopolaire et dipolaire sont associés respectivement aux oscillations volumiques et au déplacement des bulles. Pour des bulles de rayon  $R$  et de densité  $n$  dans l'eau, l'équation (6.2) devient :

$$k^2 = \omega^2 \left[ \chi_w + 4\pi n \frac{a(1 - \omega_0^2 \rho_w \chi_w L^2 / 3)}{\omega_0^2 - \omega^2(1 - i\delta)} \right] \left[ \rho_w + \frac{4}{3} \pi n L^3 (\rho_g - \rho_w) \right], \quad (6.3)$$

où  $\delta$  est la constante d'amortissement des oscillations d'une bulle unique [29]. On

retrouve le modèle de Wood si la fréquence est bien en dessous de la fréquence de Minnaert. Pour un système polydisperse,  $n$  doit être remplacée par  $\int n(R)dR$  où  $n(R)dR$  est le nombre de bulles par unité de volume, dont le rayon est compris entre  $R$  et  $R + dR$ . Pour les mousses, la distribution de taille est généralement bien décrite par une loi log-normale [10] :

$$n(R) = \frac{n_{\text{tot}}}{R\epsilon\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{\ln(R/R_0)^2}{2\epsilon^2} \right], \quad (6.4)$$

avec  $n_{\text{tot}}$  le nombre total de bulles par unité de volume,  $R_0$  le rayon médian, et  $\epsilon$  l'écart standard de la loi log-normale. Le rayon moyen  $\langle R \rangle$  et l'écart type normalisé  $\sigma = \sqrt{\langle (R/\langle R \rangle - 1)^2 \rangle}$  sont liés à  $R_0$  et  $\epsilon$  par les relations suivantes :  $R_0 = \langle R \rangle e^{-\epsilon^2/2}$  et  $\epsilon = \sqrt{\ln(1 + \sigma^2)}$ . Nous reportons sur la figure 6.15 la prédic-

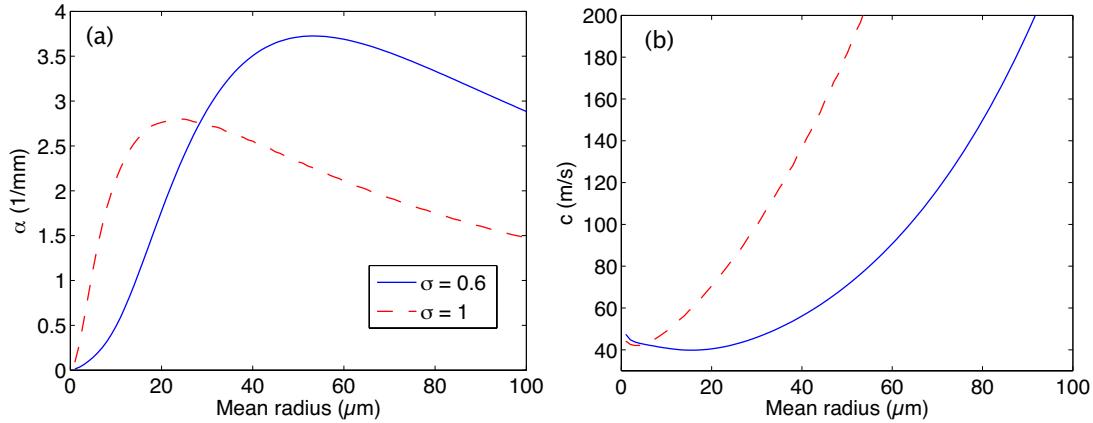


FIGURE 6.15 – Prédiction de modèle de Waterman et Truell pour le nombre d'onde effectif à 40 kHz dans une dispersion de bulles d'air à 94 % dans l'eau en fonction du rayon moyen des bulles : (a) atténuation  $\alpha = \text{Im}(k)$ ; (b) vitesse du son  $c = \omega/\text{Re}(k)$ . Deux polydispersités sont considérées :  $\sigma = 0.6$  (ligne continue) et  $\sigma = 1$  (ligne en pointillés).

tion de l'équation (6.3) pour l'atténuation et la vitesse à 40 kHz pour une fraction liquide de 6 %, en fonction du rayon moyen des bulles. Nous considérons les deux valeurs extrêmes de la polydispersité mesurée,  $\sigma = 0,6$  et 1. Nous prenons le cas simple de l'air des bulles dans l'eau, même si les mousses Gillette sont composées de gaz et liquides différents. Nous avons vérifié que les ordres de grandeur de  $\alpha$  et



$c$  ne sont pas modifiés par des changements de paramètres tels que la viscosité du fluide ou la diffusivité thermique du gaz. La courbe d'atténuation (figure 6.15a) présente un maximum pour un rayon moyen proche du rayon de Minnaert, mais un peu inférieur. Sa forme pour  $\sigma = 0,6$  est compatible avec l'amplitude transmise mesurée (figures 6.1 et 6.11). Néanmoins, l'accord quantitatif n'est pas bon : avec  $\alpha = 3 \text{ mm}^{-1}$ , le signal transmis à travers 6 mm sera de l'ordre de  $10^{-8}$ , qui est bien en dessous du minimum du signal que nous pouvons mesurer avec notre configuration. L'influence de la polydispersité est loin d'être négligeable : le maximum d'atténuation n'est pas atteint pour le même rayon moyen des bulles lorsque  $\sigma$  change, ce qui pourrait expliquer les changements de temps de transition d'une expérience à l'autre. La prédiction de la vitesse de son (figure 6.15b) est compatible aussi à certaines caractéristiques expérimentales. La diminution suivie d'une augmentation est prévue. Mais, en raison de la forte polydispersité, le minimum de la vitesse n'est pas atteint pour un rayon qui correspond à Minnaert, mais pour un rayon plus petit. Il faut noter que le modèle de Waterman et Truell prédit une vitesse plus faible ( $\approx 40 \text{ m/s}$ ) que celle qui est mesurée pour de petites tailles de bulles avec le modèle de Wood ( $\approx 50 \text{ m/s}$ ). L'écart entre le modèle de Waterman et Truell et nos mesures expérimentales n'est pas une surprise, parce que ce modèle est basé sur l'hypothèse que les événements de diffusion sont indépendants. Cela signifie que les corrélations entre les positions des diffuseurs ou les boucles sont négligées. Cette hypothèse est très discutable dans notre cas, où les bulles se touchent les unes des autres.



# Chapitre 7

## Conclusion générale et perspectives

### 7.1 Bilan des expériences d'injection d'air

Nous avons effectué une étude systématique de la réponse d'une mousse bidimensionnelle à une injection d'air localisée. Nous avons trouvé une grande variété de phénomènes avec deux types fondamentalement différents de réponse : soit l'air injecté dans la mousse 2D induit le gonflage de la bulle centrale avec des successions de réarrangements plastiques, sans rupture des films ; ou bien des films cassent du centre jusqu'au bord de la mousse, ce qui est équivalent à la rupture fragile. Nous avons étudié en détail le premier régime gonflage pur dans le cas quasistatique et non quasistatique. Dans le régime de gonflage en quasistatique, nous avons en particulier montré que la répartition des contraintes élastiques dans une mousse 2D suit assez bien la théorie de l'élasticité. En régime non quasistatique, nous avons montré que les relations d'échelle entre la surpression d'air, la vitesse de gonflement, l'écartement des plaques, la taille des bulles et l'aire de la mousse peuvent être déduites à partir d'un modèle dynamique simple, sous l'hypothèse d'une symétrie radiale, reliant la chute de pression relative à l'intérieur de la mousse à la friction entre les bulles et les parois. En pratique, à des vitesses modérées, la bulle centrale présente une instabilité de digitation, ce que nous avons quantitativement expliqué par une analyse de stabilité linéaire du modèle

radial. Dans ce cas, la contrainte seuil est importante pour définir la largeur d'un doigt caractéristique.

Nous avons également étudié la transition entre le gonflement pur et la rupture fragile. À l'échelle locale, nous avons confirmé que les films ont une vitesse maximale avant qu'ils ne cassent et que la fracture fragile a une vitesse minimale [62], et nous proposons une modification des critères proposés précédemment par Arif et al. [63]. Nous avons également étudié ces critères à l'échelle globale, en proposant une pression maximale que peut supporter une mousse sans se rompre. Nous avons montré que la fracture et le gonflement peuvent se produire successivement dans une certaine gamme de pression. Dans le régime de fracture branchée, nous avons étudié dans le régime fragile la statistique d'embranchement de la fracture et l'évolution de la longueur des branches en fonction de la pression.

## 7.2 Bilan des expériences d'acoustique

Lors du mûrissement d'une mousse aqueuse, nous avons étudié l'évolution de l'atténuation d'une onde acoustique et de la vitesse du son. Nous avons trouvé un résultat compatible avec ceux de Mujica et Fauve [37] aux temps courts ; nous avons complété les études aux temps longs, où nous avons relevé que l'allure des courbes ressemble à une courbe de résonance d'une bulle unique dans un liquide infini (ou bulle de Minnaert).

Nous avons rassemblé de nouvelles données sur la façon dont le son se propage à travers une mousse aqueuse vers 40 kHz. Nous avons prouvé qu'il est nécessaire de tenir compte de l'échelle mésoscopique de la bulle, et la distribution spatiale complexe de gaz et de liquide à cette échelle. En fait, cela est entièrement illustré par l'observation originale d'une résonance, qui se produit à une taille de bulle critique. Il faut noter que l'existence de cette résonance est une avancée potentiellement significative en acoustique des mousses, sachant que ce résultat se retrouve sur tous les types de mousses que nous avons étudiés.

## 7.3 Perspectives

Les travaux présentés dans ce document ouvrent de nombreuses perspectives, et beaucoup d'améliorations et d'extensions sont envisageables.

Tout d'abord, il conviendra de creuser certains points que nous n'avons eu le temps que d'effleurer. Ainsi, il faudra comprendre le seuil de branchement dans le régime de fracture fragile branchée, et d'essayer d'avoir un modèle théorique pour expliquer toutes les observations expérimentales présentées dans ce manuscrit, en s'appuyant sur d'autres cas de fractures branchées rencontrées dans la littérature [82].

Une autre question importante est l'influence d'un désordre contrôlé sur la propagation de la fracture, qui est une question très actuelle en mécanique des matériaux désordonnés [83, 84].

On peut aussi étudier l'émission acoustique générée par la fracture fragile. De plus, on peut faire le même gamme d'expériences en 3D, et revenir aux problématiques d'absorption d'onde de choc qui étaient la motivation initiale d'une bonne partie de notre travail. La DGA financera d'ailleurs une thèse sur ce sujet, à partir d'octobre 2012.

Dans la partie acoustique, il serait intéressant de faire des expériences avec un dispositif qui change automatiquement la distance entre les deux transducteurs au cours de l'expérience, pour vraiment déduire des dépendances en distance dans la même mousse la vitesse de son et l'atténuation. Ce dispositif est en cours de fabrication à l'IPR. De plus, une perspective possible est l'utilisation plus systématique des transducteurs de large bande, et un meilleur contrôle et une caractérisation en temps réel des mousses étudiées. La partie acoustique de ce travail peut donc être vue comme une compilation de résultats et d'expériences préliminaires pour d'autres études, menées en collaboration dans le cadre de l'ANR SAMOUSSE (2012-2014) entre l'IPR, le Laboratoire de Physique des Solides (Université Paris Sud) et le laboratoire Matière et Systèmes Complexes (Université Paris 7).



# Bibliographie

- [1] J. A. F. Plateau. Gauthier-Villard, Paris. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, 1873.
- [2] I. Cantat, S. Cohen-Addad, F. Elias, F. Graner, R. Höhler, O. Pitois, F. Rouyer, and A. Saint-Jalmes. *Les mousses. Structure et dynamique*. Belin, Paris, 2010.
- [3] A. Saint-Jalmes. Physical chemistry in foam drainage and coarsening. *Soft Matter*, 2 :836–849, 2006.
- [4] S. Lagerge. *Les mousses : moussage et démoussage*. Collection Cahiers de formulation, EDP Science, 2002.
- [5] M. Vignes-Adler, D. Weaire, and R. Miller. Physicochemical and engineering aspects. *Colloids Surf. A*, 263 :1–3, 2004.
- [6] D. J. Durian, D. A. Weitz, and D. J. Pine. Scaling behavior in shaving cream. *Phys. Rev. A*, 44 :R7902–R7905, 1991.
- [7] C. Monnereau and M. Vignes-Adler. Optical tomography of real three-dimensional foams. *J. Colloid Interface Sci.*, 202 :45–53, 1998.
- [8] J. Lambert, I. Cantat, R. Delannay, A. Renault, F. Graner, J. A. Glazier, I. Veretennikov, and P. Cloetens. Extraction of relevant physical parameters from 3D images of foams obtained by X-ray tomography. *Colloids Surf. A*, 263 :295–302, 2005.

- [9] J. Lambert, I. Cantat, R. Delannay, R. Mokso, P. Cloetens, J. Glazier, and F. Graner. Experimental growth law for bubbles in a moderately "wet" 3D liquid foam. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :058304, 2007.
- [10] J. Lambert, R. Mokso, I. Cantat, P. Cloetens, J. Graner, and R. Delannay. Coarsening foams robustly reach a self-similar growth regime. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :248304, 2010.
- [11] M. F. Vaz and S. J. Cox. Two-bubble instabilities in quasi-two-dimensional foams. *Phil. Mag. Lett.*, 85 :415–425, 2005.
- [12] L. Bragg and W. M. Lomer. A dynamical model of a crystal structure. *Proc. R. Soc. A*, 81 :196–171, 1949.
- [13] M. Twardos and M. Dennin. Comparison between step strains and slow steady shear in a bubble raft. *Phys. Rev. E*, 71 :061401, 2005.
- [14] Y. Wang, K. Krishan, and Michael Dennin. Bubble kinematics in a sheared foam. *Phys. Rev. E*, 74 :041405, 2006.
- [15] B. Dollet and F. Graner. Two-dimensional flow of foam around a circular obstacle : local mesurement of elasticity and flow. *J. Fluid Mech.*, 585 :181–211, 2007.
- [16] C. Raufaste, S. Cox, B. Dollet, F. Graner, and Y. Jiang. Yield drag in a two-dimensional foam flow around a circular obstacle : Effect of liquid fraction. *Eur. Phys. J. E*, 23 :217–228, 2007.
- [17] S. J. Cox, M. F. Vaz, and D. Weaire. Topological changes in a two-dimensional foam cluster. *Eur. Phys. J. E*, 11 :29–35, 2003.
- [18] P. Oswald. *Rhéophysique*. Belin, Paris, 2005.
- [19] S. Hutzler and D. Weaire. The mechanics of liquid foams : History and new developments. *Colloids Surf. A*, 382 :3–7, 2011.
- [20] R.G. Larson. *The Structure and Rheology of Complex Fluids*. Oxford University Press, Oxford, 1999.



- [21] A. M. Kraynik. Foam flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 20 :325–57, 1988.
- [22] R. Höhler and S. Cohen-Addad. Rheology of liquid foam. *J. Phys. Condens. Matter*, 17 :R1041–R1069, 2005.
- [23] W. H. Herschel and R. Bulkley. Measurement of consistency as applied to rubber-benzene solutions. *Proc. Am. Soc. Test. Mater*, 26 :621–633, 1926.
- [24] T. G. Mason, J. Bibette, and D. A. Weitz. Yielding and flow of monodisperse emulsions. *J. Colloid Interface Sci.*, 179 :439–448, 1996.
- [25] D. J. Durian. Foam mechanics at the bubble scale. *Phys. Rev. Lett*, 75 :4780–4783, 1995.
- [26] N. D. Denkov, V. Subramanian, D. Gurovich, and A. Lips. Wall slip and viscous dissipation in sheared foams : Effect of surface mobility. *Colloids Surf. A*, 263 :129–145, 2005.
- [27] Ping Sheng. *Introduction to Wave Scattering, Localization and Mesoscopic Phenomena*. Academic Press, San Diego, 1995.
- [28] M. Minnaert. On musical air-bubbles and the sounds of running water. *Phil. Mag.*, 16 :235–248, 1933.
- [29] T. G. Leighton. *The Acoustic Bubble*. Academic Press, San Diego, 1994.
- [30] K. W. Commander and A. Prosperetti. Linear pressure waves in bubbly liquids : Comparison between theory and experiments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 85 :732–746, 1989.
- [31] V. Leroy, A. Strybulevych, and J. H. Page. Sound velocity and attenuation in bubbly gels measured by transmission experiments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123 :1931–1940, 2008.
- [32] L. Foldy. The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers. *Phys. Rev.*, 67 :107–119, 1945.
- [33] F. S. Henyey. Corrections to Foldy’s effective medium theory for propagation in bubble clouds and other collections of very small scatterers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105(4) :2149–2154, 1999.

- [34] N. T. Moxon, A. C. Torrance, and S. B. Richardson. The attenuation of acoustic signals by aqueous and particulate foams original research article. *Appl. Acous.*, 24 :193–209, 1988.
- [35] I. I. Goldfarb, I. R. Schreiber, and F. I. Vafina. Heat transfer effect on sound propagation in foam. *J. Acoust. Soc. Am.*, 92 :2756, 1992.
- [36] I. I. Goldfarb, Z. Orenbakh, I. Shreiber, and F. Vafina. Sound and weak shock wave propagation in gas-liquid foams. *Shock Waves*, 7 :77–88, 1997.
- [37] N. Mujica and S. Fauve. Sound velocity and absorption in a coarsening foam. *Phys. Rev. E*, 66 :021404, 2002.
- [38] A. B. Wood. *A Textbook of Sound*. Bell and Sons, London, 1944.
- [39] G. J. Hirasaki and J. B. Lawson. Mechanisms of foam flow in porous media : Apparent viscosity in smooth capillaries. *Soc. of Pet. Eng.*, 25 :176–190, 1985.
- [40] J. Ratulowski and H. C. Chang. Transport of air bubbles in capillaries. *Phys. Fluids A*, 1 :1642, 1989.
- [41] F. B. Bretherton. The motion of long bubbles in tube. *J. Fluid Mech.*, 10 :166–188, 1961.
- [42] L. Landau and B. Levich. Dragging of a liquid by a moving plate. *Acta Physicochim. U.R.S.S.*, 17 :42, 1942.
- [43] D. Quéré and A. de Ryck. Le mouillage dynamique des fibres. *Ann. Phys. Fr.*, 23 :1–149, 1998.
- [44] N.D. Denkov, S. Tcholakva, K. Golemanov, K. P. Ananthpadmanabhan, and A. Lips. The role of surfactant type and bubble surface mobility in foam rheology. *Soft Matter*, 5 :3389, 2009.
- [45] H. Wong, C. J. Radke, and S. Morris. The motion of long bubbles in polygonal capillaries. *J. Fluid Mech.*, 292 :71–94, 1995.
- [46] C. Raufaste, A. Foulon, and B. Dollet. Dissipation in quasi-two-dimensional foams. *Phys. Fluids*, 21 :053102, 2009.

- [47] E. Terriac, J. Etrillard, and I. Cantat. Viscous force exerted on a foam at a solid boundary : influence of liquid fraction and of the bubble size. *Europhys. Lett.*, 74 :909–915, 2006.
- [48] D. Bensimon, L. P. Kadanoff, S. Liang, B. I. Shraiman, and C. Tang. Viscous flows in two dimensions. *Rev. Mod. Phys.*, 58 :977–999, 1986.
- [49] G.M. Homsy. Viscous fingering in porous media. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 19 :271–311, 1987.
- [50] A. Lindner, P. Coussot, and D. Bonn. Viscous fingering in a yield-stress fluid. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :314, 2000.
- [51] P. G. Saffman and G. Taylor. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 245 :312–329, 1958.
- [52] P. G. Saffman. Viscous fingering in Hele-Shaw cells. *J. Fluid Mech.*, 173 :73, 1986.
- [53] L. Paterson. Radial fingering in a Hele-Shaw cell. *J. Fluid Mech.*, 113 :513–529, 1981.
- [54] S. D. R. Wilson. The Taylor-Saffman problem for a non-Newtonian liquid. *J. Fluid Mech.*, 220 :413–425, 1990.
- [55] M. Ben Amar and E. Corvera Poiré. Viscous fingering : a singularity in Laplacian growth models. *Phys. Fluids*, 11 :1757–1767, 1999.
- [56] P. Coussot. Saffman-taylor instability in yield-stress fluids. *J. Fluid Mech.*, 380 :363–376, 1999.
- [57] S. Sahraoui. *Initiation à la mécanique de la rupture*. Référence du cours, 2008.
- [58] A. A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 221 :163–198, 1921.
- [59] L. B. Freund. *Dynamic Fracture Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

- [60] E. Lemaire, P. Levitz, G. Daccord, and H. van Damme. From viscous fingering to viscoelastic fracturing in colloidal fluids. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :2009–2012, 1991.
- [61] H. Tabuteau, S. Mora, G. Porte, M. Abkarian, and C. Ligoure. Microscopic mechanisms of the brittleness of viscoelastic fluids. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :155501, 2009.
- [62] S. Arif, J.-C. Tsai, and S. Hilgenfeldt. Speed of crack propagation in dry aqueous foam. *EPL*, 92 :38001, 2010.
- [63] S. Hilgenfeldt, S. Arif, and J. C. Tsai. Foam : a multiphase system with many facets. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 366 :2145–2159, 2008.
- [64] S. Arif, J.-C. Tsai, and S. Hilgenfeldt. Spontaneous brittle-to-ductile transition in aqueous foam. *J. Rheol.*, 2012.
- [65] K. Golemanov, N. D. Denkov, S. Tcholakova, M. Vethamuthu, and A. Lips. Surfactant mixtures for control of bubble surface mobility in foam studies. *Langmuir*, 24 :9956–9961, 2008.
- [66] E. M. Guène. *Réaction d’une mousse monodisperse 2D soumise à une déformation cyclique localisée*. PhD thesis, Université Rennes 1, 2010.
- [67] B. Dollet. *Écoulements bidimensionnels de mousse autour d’obstacles*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2005.
- [68] I. Ben Salem, I. Cantat, and B. Dollet. Response of a two-dimensional liquid foam to air injection : fingering and fracture. *soumis à J. Fluid Mech.*
- [69] S. P. Timoshenko and J.N. Goodier. *Theory of Elasticity*. 1961.
- [70] G. Picard, A. Ajdari, F. Lequeux, and L. Bocquet. Elastic consequences of a single plastic event : A step towards the microscopic modeling of the flow of yield stress fluids. 15 :371–381, 2004.
- [71] L. W. Schwartz and H. M. Princen. A theory of extensional viscosity for flowing foams and concentrated emulsions. *Colloid Interface Sci.*, 118 :201–211, 1986.

- [72] I. Cantat, N. Kern, and R. Delannay. Dissipation in foam flowing through narrow channels. *Eur. Phys. Lett.*, 65 :726, 2004.
- [73] B. Dollet and I. Cantat. Deformation of soap films pushed through tubes at high velocity. *J. Fluid Mech.*, 652 :529–539, 2010.
- [74] D. A. Edwards, H. Brenner, and D. T. Wasan. *Interfacial Transport Processes and Rheology*. Butterworth-Heinemann, Boston, 1991.
- [75] R. M. Guillermic, A. Salonen, J. Emile, and A. Saint-Jalmes. Surfactant foams doped with laponite : unusual behaviors induced by aging and confinement. *Soft Matter*, 5 :4975, 2006.
- [76] K. Feitosa, S. Marze, A. Saint-Jalmes, and D. J. Durian. Electrical conductivity of dispersions : from dry foams to dilute suspensions. *J. Phys. : Condens. Matter*, 17 :6301–6305, 2005.
- [77] M. Durand. *Contributions théorique et expérimentale à l'étude du drainage d'une mousse aqueuse*. PhD thesis, Université Paris Sud, 2002.
- [78] H. Hoballah, R. Höhler, and S. Cohen-Addad. *J. Phys. II France*, 7 :1215, 1997.
- [79] I. Ben Salem, R.-M. Guillermic, V. Leroy, A. Saint-Jalmes, and B. Dollet. Propagation of ultrasound in aqueous foams : bubble size dependence and resonance effects. *soumis à Soft Matter*.
- [80] J. Ding, F. W. Tsaur, A. Lips, and A. Akay. Acoustical observation of bubble oscillations induced by bubble popping. *Phys. Rev. E*, 75 :041601, 2007.
- [81] P. C. Waterman and R. Truell. Multiple scattering of waves. *J. Math. Phys.*, 2 :512, 1961.
- [82] M. L. Manning and A. J. Liu. Vibrational modes identify soft spots in a sheared disordered packing. *Phy. Rev. Lett.*, 107 :108302, 2011.
- [83] T. Baumberger, C. Caroli, D. Martina, and O. Ronsin. Magic angles and cross-hatching instability in hydrogel fracture. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :178303, 2008.

- [84] E. Bouchbinder, J. Mathiesen, and I. Procaccia. Branching instabilities in rapid fracture : Dynamics and geometry. *Phys. Rev. E*, 71 :056118, 2005.

**Résumé** Ce travail de thèse présente des résultats expérimentaux et théoriques sur le comportement rhéologique et les propriétés acoustiques des mousses liquides. Les mousses utilisées dans le cadre de ces études sont des mousses bidimensionnelles (2D) pour la partie rhéologie et des mousses tridimensionnelles (3D) pour la partie acoustique.

Dans une première partie, qui s'inscrit dans le cadre de la rhéologie des mousses, nous avons étudié comment une mousse 2D soumise à une injection d'air localisée se comporte, notamment à différentes surpressions de l'air injecté. À faible surpression, on forme une bulle centrale qui gonfle en écartant les bulles voisines de la mousse par une succession de réarrangements (T1s), sans casser de films : ce comportement rappelle la fracture ductile des matériaux. Après un court transitoire axisymétrique, la bulle centrale prend une forme digitée. À forte surpression, on observe des ruptures successives de films le long de fissures étroites et la mousse est fracturée comme un matériau fragile. Dans le régime ductile, nous avons étudié la réponse élastoplastique à faible taux de gonflement de la bulle centrale ; à plus fort taux de gonflement, nous avons montré que la réponse de la mousse est essentiellement liée à la friction aux parois. Ceci nous a permis de prédire la relation entre la compression et le taux de gonflement, ainsi que la digitation. Nous avons enfin étudié les critères de transition entre les régimes ductile et fragile.

La deuxième partie s'inscrit dans le domaine de l'acoustique des mousses liquides. Nous avons étudié la propagation d'un signal acoustique et mesuré la vitesse du son et l'atténuation dans une mousse 3D lors de son mûrissement. Nous avons mis en évidence un comportement résonant de la mousse, avec un minimum de transmission du son à une taille de bulle bien définie. Nous avons comparé nos résultats à la résonance acoustique d'une bulle unique.

**Abstract** This thesis presents experimental and theoretical results on the rheological behavior and the acoustic properties of liquid foams. The foams used in these studies are two-dimensional (2D) foams for the rheological studies and three-dimensional (3D) foams for the acoustic experiments.

In the first part of this thesis, which considers the rheology of foams, we studied how a 2D foam subjected to localized air injection behaves, focussing on the effect of different overpressures of injected air. At low overpressure, a central bubble forms that swells by separating the neighboring bubbles of the foam by successive rearrangements (T1s), without breaking any films : this behavior is similar to the ductile fracture of materials. At intermediate overpressures, there is a short axisymmetric transition, then the central bubble takes a fingered shape. At high overpressure, successive ruptures of films occur along a narrow crack and the foam is broken as a brittle material. In the ductile regime, we studied the elastoplastic response to a slow expansion of the central bubble ; with a higher rate of expansion, we showed that the response of the foam is mainly related to the wall friction. This allowed us to predict the relationship between the overpressure and the expansion ratio, and the fingering. We finally studied the criteria for transition between the ductile and brittle regimes.

The second part of this thesis focusses on the field of acoustics of liquid foams. We have studied the propagation of an acoustic signal in a 3D foam and measured the sound velocity and attenuation during the foam's coarsening. We have demonstrated resonant behavior of the foam, with a minimum sound transmission corresponding to a well-defined bubble size. We compared our results to the acoustic resonance of a single bubble.